第１章　生命表の概念

Concept of life tables

生命表は、一定期間における、ある人口集団についての死亡秩序を、死亡率、平均余命等の生命関数を用いて表現したものである。

我が国では、明治 24～31 年の死亡状況に基づいて第1回生命表が明治 35 年に作成されて以来、今回は第 22 回目にあたり、平成 26、27 年人口動態統計及び平成 27 年国勢調査結果に基づく日本人人口を基礎資料として作成した。

〔生命表諸関数の定義〕

生存数　l_x

：生命表上で一定の出生者 l_0 人（完全生命表では100 000人）が、下記の死亡率に従って死亡減少していくと考えた場合、x 歳に達するまで生きると期待される者の数を x 歳における生存数といい、これを l_x で表す。

死亡数　${}_nd_x$

：x 歳における生存数 l_x のうち $x+n$ 歳に達しないで死亡すると期待される者の数を x 歳以上 $x+n$ 歳未満における死亡数といい、これを ${}_nd_x$ で表す。特に ${}_1d_x$ を x 歳における死亡数といい、これを d_x で表す。

生存率　${}_np_x$

：ちょうど x 歳に達した者が $x+n$ 歳に達するまで生存する確率を x 歳以上 $x+n$ 歳未満における生存率といい、これを ${}_np_x$ で表す。特に ${}_1p_x$ を x 歳の生存率といい、これを p_x で表す。

死亡率　${}_nq_x$

：ちょうど x 歳に達した者が $x+n$ 歳に達しないで死亡する確率を x 歳以上 $x+n$ 歳未満における死亡率といい、これを ${}_nq_x$ で表す。特に ${}_1q_x$ を x 歳の死亡率といい、これを q_x で表す。

定常人口　${}_nL_x$ 及び T_x

：x 歳における生存数 l_x について、これらの者が x 歳から $x+n$ 歳に達するまでの間に生存すると期待される年数の和を x 歳以上 $x+n$ 歳未満における定常人口といい、これを ${}_nL_x$ で表す。即ち、常に一定の出生があって、これらの者が上記の死亡率に従って死亡すると仮定すると、一定期間経過後、一定の年齢構造をもつ人口集団が得られるが、その集団の x 歳以上 $x+n$ 歳未満の人口に相当する。特に ${}_1L_x$ を x 歳における定常人口といい、これを L_x で表す。更に x 歳における生存数 l_x について、これらの者が x 歳以後死亡に至るまでの間に生存すると期待される年数の和を x 歳以上の定常人口といい、これを T_x で表す。即ち、上記の人口集団の x 歳以上の人口に相当する。

${}_nL_x$ 及び T_x は

$${}_nL_x = \int_x^{x+n} l_t dt \quad , \qquad T_x = \int_x^{\infty} l_t dt$$

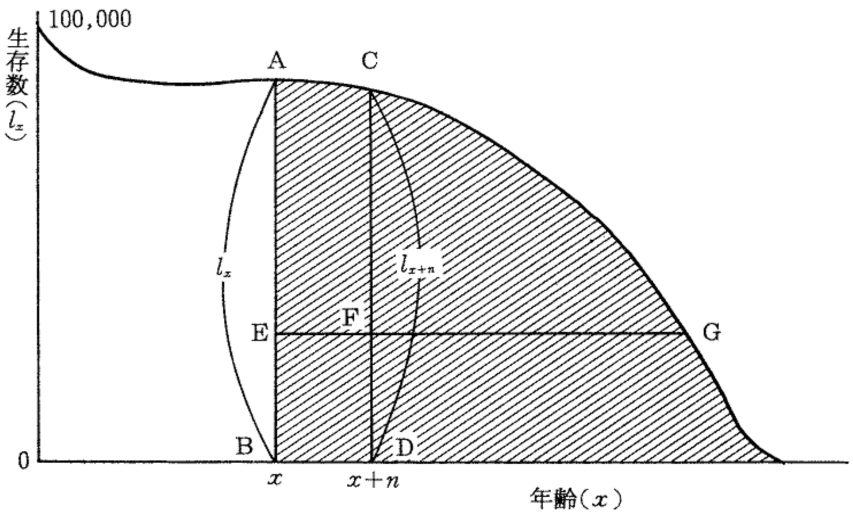
により与えられる。

〔参考〕

上記の仮定の下で、 x 歳における生存数 l_x は図のような経過をたどるとしよう。

x 歳における生存数 l_x は漸次減少しながら、n 年後には l_{x+n} となる。図の ABDC の部分の面積は、x ～$x+n$ 歳の間における生存延人員を表しており、${}_nL_x$ に相当する。斜線部分の面積は x 歳以降における生存延人員を表しており、T_x に相当する。

見方を変えて長寿の順に生存者をならべたとすれば、E 点における人は x ～$x+n$ 歳の期間においては EF 年生存し、x 歳以降では EG 年生存することを示している。この生存年数 EF 及び EG を x 歳における生存者について合算すると、x ～$x+n$ 歳の期間における生存延年数及び x 歳における総生存延年数になる。これが、${}_nL_x$ 及び T_x に相当する。



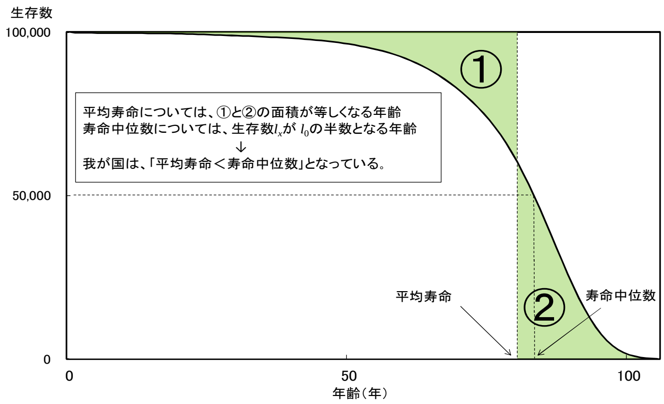
平均余命 $\mathring{e}_x$: x 歳における生存数 l_x について、これらの者が x 歳以降に生存すると期待される年数の平均を x 歳における平均余命といい、これを $\mathring{e}_x$ で表す。x 歳の平均余命は次式により与えられる。

$$\mathring{e}_x = \frac{T_x}{l_x}$$

平均寿命 $\mathring{e}_0$: ０歳における平均余命 $\mathring{e}_0$ を平均寿命という。

寿命中位数 : 生命表上で、出生者のうちちょうど半数が生存し、半数が死亡すると期待される年数を寿命中位数という。これは次式を満たす α として与えられる。

$$l_\alpha = \frac{l_0}{2}$$



死力　μ_x

：死亡率 q_x は、x 歳から１年だけ経過する間の生存数 l_x の減少率であり、

$$q_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}$$

により定義される。しかし、一般的にいって l_x は時々刻々変化するものであるから、これは x 歳から x + 1 歳までの期間の平均の減少率に過ぎない。

しかしながら、生命表の作成においては x 歳における瞬間の死亡率に相当するものが必要となる。それを死力と呼び、μ_x で表す。死力は、x 歳における l_x の減少率であるから、生存数曲線上に x 歳における接線を引き、l_x が x 歳以降その接線に沿って減少していったとした場合の l_x の減少率となる。

生存数曲線の x 歳における接線の傾きは $\left.\frac{dl_t}{dt}\right|_{t=x}$ （負値）

であるから、１年あたりの減少分は $-\left.\frac{dl_t}{dt}\right|_{t=x}$ となる。したがって、q_x の定義式の分子の部分をこれに置き換えることにより μ_x の定義式

$$\mu_x = -\frac{1}{l_x}\left.\frac{dl_t}{dt}\right|_{t=x}$$

を得る。この両辺を 0 から x まで積分すると

$$\int_0^x \mu_t dt = -\ln\frac{l_x}{l_0}$$

となり、

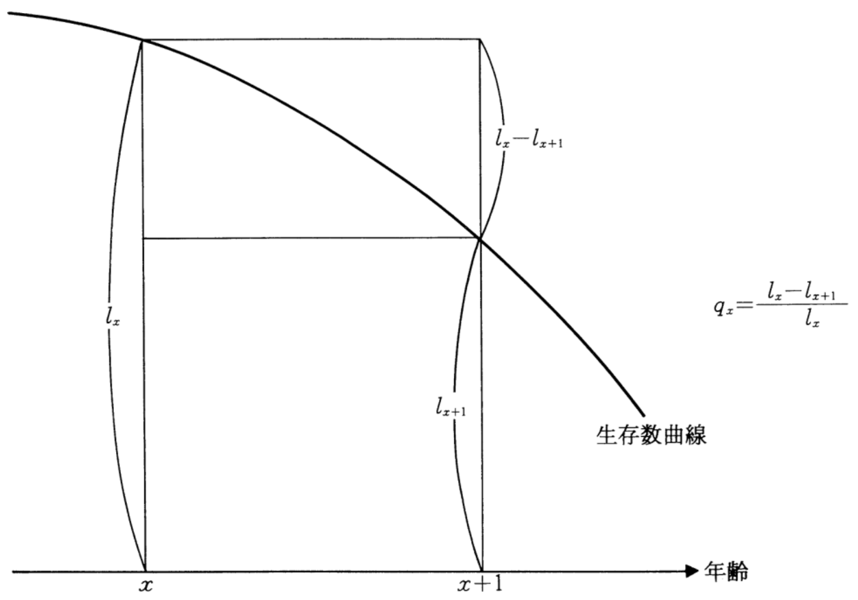
$$l_x = l_0 \exp\left[-\int_0^x \mu_t dt\right]$$

を得る。したがって

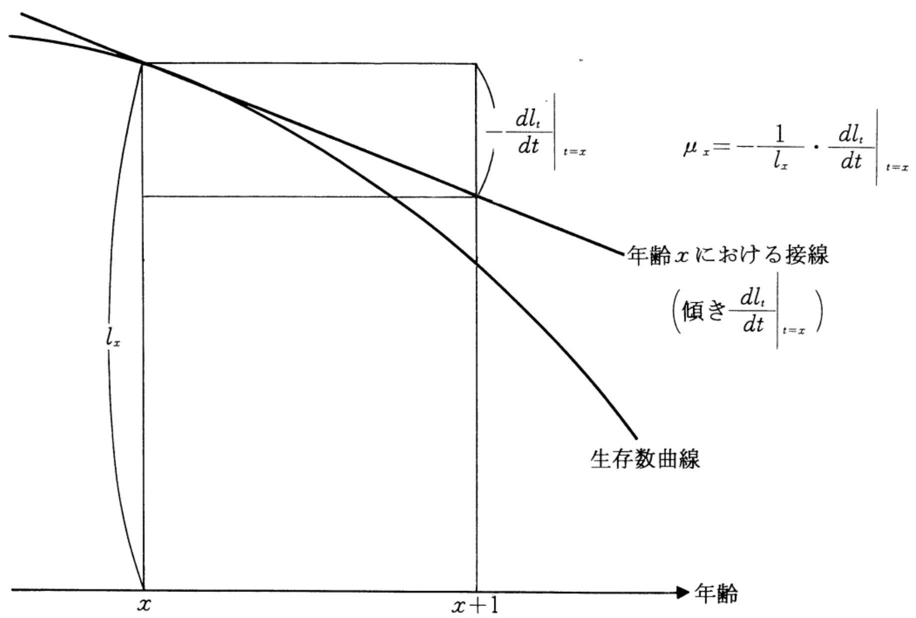
$$q_x = 1 - \exp\left[-\int_x^{x+1} \mu_t dt\right]$$

という関係が成り立つ。

死亡率 q_x の概念



死力 μ_x の概念



第２章　第 22 回生命表の作成方法

Method for constructing the 22nd life tables

１．作成に用いた基礎資料

第 22 回生命表の作成に用いた基礎資料は次のとおりである。

（１）平成 27 年、 性・生年・年齢・月別死亡数：
厚生労働省政策統括官（統計･情報政策担当）

（２）平成 27 年、 性・日（月）齢別乳児死亡数：
厚生労働省政策統括官（統計･情報政策担当）

（３）平成 26 年及び 27 年、性・月別出生数：
厚生労働省政策統括官（統計･情報政策担当）

（４）平成 27 年 10 月 1 日現在、性・年齢・出生の月別人口：
総務省統計局

２．基礎資料の補正

死亡数、出生数及び人口につき補正を行った。

（１）2015 年（平成 27 年）死亡数の届出遅れの補正

基礎資料の死亡数は、2015 年に死亡し、同年及び翌年１月迄に届け出られたものであるので、それ以降に遅れて届け出られるものを推定し、これを加えて 2015 年中の死亡数を補正した。

補正率 r は、

$D(a)$：a 年の死亡数で、翌年１月迄に届け出られたもの

$d(a,p)$：a 年の死亡数で、遅れて p 年に届け出られたもの

として、

$$r = 1 + \frac{d(2014,2015)}{D(2014)} + \frac{d(2013,2015)}{D(2013)} + \frac{d(2012,2015)}{D(2012)} + \cdots + \frac{d(2007,2015)}{D(2007)} + \alpha$$

とした。ここで α は９年以上遅れて届け出られるものの率であるが、これについては、２年遅れから８年遅れ迄のデータを用い指数曲線をあてはめた。

	男	女
r	1.0013277927	1.0003772416

（２）2014 年、2015 年出生数の届出遅れの補正

死亡数と同様の方法により補正を行った。

	男	女
r	1.0004505680	1.0004792700

（３）2015 年 10 月 1 日現在日本人人口

2015 年 10 月 1 日現在日本人人口については、年齢・国籍不詳を按分した日本人人口を各年齢の出生の月別に按分した。

３．１歳未満の死亡率の計算

平成 27 年 1 年間の乳児死亡について

$D\binom{0w}{1w}$：日齢 7 日未満の死亡数

$D\binom{1w}{2w}$：日齢 7 日以上、14 日未満の死亡数

$D\binom{2w}{3w}$：日齢 14 日以上、21 日未満の死亡数

$D\binom{3w}{4w}$：日齢 21 日以上、28 日未満の死亡数

$D\binom{4w}{2m}$：日齢 28 日以上、月齢２月未満の死亡数

$D\binom{2m}{3m}$：月齢２月以上、３月未満の死亡数

$D\binom{3m}{6m}$：月齢３月以上、６月未満の死亡数

$D\binom{6m}{1y}$：月齢６月以上、１年未満の死亡数

とし、出生数については、2014 年 12 月 25 日から 2015 年 12 月 24 日までの出生数を$B\binom{'14.12.25}{'15.12.24}$、2015 年 1 月 1 日から同年 12 月 31 日までの出生数を$B\binom{'15.1}{'15.12}$とし、以下、１年間の出生数を同じように表すと、出生により各日齢、月齢に達するまでの生存する確率は

$$ {}_{1w}p_0 = 1 - \frac{D\binom{0w}{1w}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'14.12.25}{'15.12.24} + B\binom{'15.1}{'15.12}\right\}} $$

$$ {}_{2w}p_0 = {}_{1w}p_0 - \frac{D\binom{1w}{2w}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'14.12.18}{'15.12.17} + B\binom{'14.12.25}{'15.12.24}\right\}} $$

$$ {}_{3w}p_0 = {}_{2w}p_0 - \frac{D\binom{2w}{3w}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'14.12.11}{'15.12.10} + B\binom{'14.12.18}{'15.12.17}\right\}} $$

$$ {}_{4w}p_0 = {}_{3w}p_0 - \frac{D\binom{3w}{4w}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'14.12.4}{'15.12.3} + B\binom{'14.12.11}{'15.12.10}\right\}} $$

$$
{}_{2m}p_0 = {}_{4w}p_0 - \frac{D\binom{4w}{2m}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'14.11}{'15.10} + B\binom{'14.12.4}{'15.12.3}\right\}}
$$

$$
{}_{3m}p_0 = {}_{2m}p_0 - \frac{D\binom{2m}{3m}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'14.10}{'15.9} + B\binom{'14.11}{'15.10}\right\}}
$$

$$
{}_{6m}p_0 = {}_{3m}p_0 - \frac{D\binom{3m}{6m}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'14.7}{'15.6} + B\binom{'14.10}{'15.9}\right\}}
$$

$$
p_0 = {}_{6m}p_0 - \frac{D\binom{6m}{1y}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'14.1}{'14.12} + B\binom{'14.7}{'15.6}\right\}}
$$

により求められる。ただし、

$$
B\binom{'14.12.25}{'15.12.24} = B\binom{'15.1}{'15.12} + \frac{7}{31}\{B('14.12) - B('15.12)\}
$$

$$
B\binom{'14.12.18}{'15.12.17} = B\binom{'15.1}{'15.12} + \frac{14}{31}\{B('14.12) - B('15.12)\}
$$

$$
B\binom{'14.12.11}{'15.12.10} = B\binom{'15.1}{'15.12} + \frac{21}{31}\{B('14.12) - B('15.12)\}
$$

$$
B\binom{'14.12.4}{'15.12.3} = B\binom{'15.1}{'15.12} + \frac{28}{31}\{B('14.12) - B('15.12)\}
$$

を用いた。ここで、$B('14.12)$及び$B('15.12)$は、それぞれ 2014 年 12 月及び 2015 年 12 月中の出生数を表す。

これより生存率、死亡率を

${}_{1w}p_0 = {}_{1w}p_0$	${}_{1w}q_0 = 1 - {}_{1w}p_0$
${}_{1w}p_{1w} = {}_{2w}p_0 / {}_{1w}p_0$	${}_{1w}q_{1w} = 1 - {}_{1w}p_{1w}$
${}_{1w}p_{2w} = {}_{3w}p_0 / {}_{2w}p_0$	${}_{1w}q_{2w} = 1 - {}_{1w}p_{2w}$
${}_{1w}p_{3w} = {}_{4w}p_0 / {}_{3w}p_0$	${}_{1w}q_{3w} = 1 - {}_{1w}p_{3w}$
${}_{2m-4w}p_{4w} = {}_{2m}p_0 / {}_{4w}p_0$	${}_{2m-4w}q_{4w} = 1 - {}_{2m-4w}p_{4w}$
${}_{1m}p_{2m} = {}_{3m}p_0 / {}_{2m}p_0$	${}_{1m}q_{2m} = 1 - {}_{1m}p_{2m}$
${}_{3m}p_{3m} = {}_{6m}p_0 / {}_{3m}p_0$	${}_{3m}q_{3m} = 1 - {}_{3m}p_{3m}$
${}_{1y-6m}p_{6m} = p_0 / {}_{6m}p_0$	${}_{1y-6m}q_{6m} = 1 - {}_{1y-6m}p_{6m}$
	$q_0 = 1 - p_0$

により求めた。

４．１歳以上の粗死亡率の計算

次の図により説明する。

図のように横軸に時間、縦軸に年齢をとる。線分XYを横切る生命線（各個人の出生点と死亡点とを結んだ線）の数を$N(XY)$で表すと、粗死亡率q'_x（$x = 1,2,\cdots,$男 107,女 108）は、

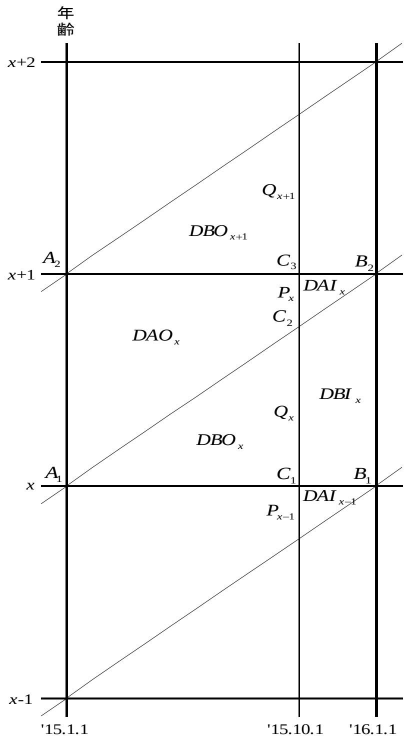
$$q'_x = 1 - \frac{N(B_1B_2)}{N(A_1B_1)} \cdot \frac{N(A_2B_2)}{N(A_1A_2)}$$

により求められる。

$N(C_1C_2)$、$N(C_2C_3)$は、2015 年（平成 27 年）10 月 1 日現在の日本人の人口であり、国勢調査の結果から得られたものをそれぞれQ_x、P_xで表し、□$A_2A_1C_2C_3$内の死亡点の数をDAO_x、△$C_3C_2B_2$内の死亡点の数をDAI_x、△$C_2A_1C_1$内の死亡点の数をDBO_x、□$C_2C_1B_1B_2$内の死亡点の数をDBI_xとすると、各線分を通る生命線の数は、

$$N(A_1B_1) = P_{x-1} + Q_x + DBO_x - DAI_{x-1}$$
$$N(B_1B_2) = P_{x-1} + Q_x - DAI_{x-1} - DBI_x$$
$$N(A_1A_2) = P_x + Q_{x+1} + DAO_x + DBO_{x+1}$$
$$N(A_2B_2) = P_x + Q_{x+1} - DAI_x + DBO_{x+1}$$

となる。



５．死亡率の補整、延長

前項の方法により求めた粗死亡率について、１歳以上は Greville(1979)の３次９項の式による補整を行い、死亡率 q_x を求めた。すなわち、

$$q_x = -0.040724q'_{x-4} - 0.009873q'_{x-3} + 0.118470q'_{x-2} + 0.266557q'_{x-1} + 0.331140q'_x$$
$$+0.266557q'_{x+1} + 0.118470q'_{x+2} - 0.009873q'_{x+3} - 0.040724q'_{x+4}$$

$\left(x = 1,2,\cdots,\right.$男 103,女 $\left.104\right)$

ここで$q'_x(x = 0,-1,-2,-3)$は、形式的に次式により外挿される。

$$q'_x = 1.352613q'_{x+1} + 0.114696q'_{x+2} - 0.287231q'_{x+3} - 0.180078q'_{x+4}$$

$(x = 0,-1,-2,-3)$

ただし、高齢部分については、死力を Gompertz-Makeham 関数にあてはめることにより、男女とも 95 歳から、さらに死亡率の補整及び延長を行った。

死力 μ_x を Gompertz-Makeham 関数にあてはめると、

$$\mu_x = \alpha + \beta e^{\gamma x}$$

と表され、このとき死亡率 q_x は

$$\begin{aligned} q_x &= 1 - \exp\left[-\int_x^{x+1} \mu_t dt\right] \\ &= 1 - \exp\left[-\int_x^{x+1} (\alpha + \beta e^{\gamma t}) dt\right] \\ &= 1 - \exp\left[-\left\{\alpha + \frac{\beta}{\gamma}(e^{\gamma} - 1)e^{\gamma x}\right\}\right] \end{aligned}$$

により算出されることとなる。

そこで、粗死亡率について Greville の３次９項の式による補整を行った後の死亡率を用いて、６と同様の方法により粗生存数 l'_x 及び粗死力 μ'_x を求め（(２）のただし書きを除く)、この μ'_x に対して

$$\sum_{x=x_0}^{x_1} \left(A + Be^{C(x-x_0)} - \mu'_x\right)^2 \quad \left(x_0：男\ 85, 女\ 90、x_1：男\ 102, 女\ 103\right)$$

を最小にするような係数A、B、Cを求めた。この係数A、B、Cを用いて、男女とも 95 歳以上の死亡率 q_x を

$$q_x = 1 - \exp\left[-\left\{A + \frac{B}{C}(e^{C} - 1)e^{C(x-x_0)}\right\}\right]$$

により求めた。係数の値は以下の通りである。

	男	女
A	-0.3168264702	-0.3393162409
B	0.3949038360	0.4284077289
C	0.0397029946	0.0445903902

６．生命表諸関数値の計算

（１）生存数 l_x、死亡数 ${}_nd_x$

$$l_0 = 100{,}000$$

とし、１歳未満では、

$$\begin{array}{ll} l_{1w} = l_0 \times {}_{1w}p_0 & {}_{1w}d_0 = l_0 - l_{1w} \\ l_{2w} = l_{1w} \times {}_{1w}p_{1w} & {}_{1w}d_{1w} = l_{1w} - l_{2w} \\ l_{3w} = l_{2w} \times {}_{1w}p_{2w} & {}_{1w}d_{2w} = l_{2w} - l_{3w} \\ l_{4w} = l_{3w} \times {}_{1w}p_{3w} & {}_{1w}d_{3w} = l_{3w} - l_{4w} \\ l_{2m} = l_{4w} \times {}_{2m-4w}p_{4w} & {}_{2m-4w}d_{4w} = l_{4w} - l_{2m} \\ l_{3m} = l_{2m} \times {}_{1m}p_{2m} & {}_{1m}d_{2m} = l_{2m} - l_{3m} \\ l_{6m} = l_{3m} \times {}_{3m}p_{3m} & {}_{3m}d_{3m} = l_{3m} - l_{6m} \\ l_1 = l_{6m} \times {}_{1y-6m}p_{6m} & {}_{1y-6m}d_{6m} = l_{6m} - l_1 \\ & d_0 = l_0 - l_1 \end{array}$$

により求め、１歳以上については、

$$p_x = 1 - q_x$$

とし、

$$l_{x+1} = l_x \times p_x \qquad d_x = l_x - l_{x+1}$$

により、逐次l_x及びd_xを求めた。すなわち、

$$\begin{aligned}
&l_2 = l_1 \times p_1 && d_1 = l_1 - l_2 \\
&l_3 = l_2 \times p_2 && d_2 = l_2 - l_3 \\
&\cdots && \cdots \\
&l_{131} = l_{130} \times p_{130} && d_{130} = l_{130} - l_{131} \\
& && d_{131} = l_{131}
\end{aligned}$$

（２）死力 μ_x

死力は

$$\mu_x = -\frac{1}{l_x} \cdot \frac{dl_t}{dt}\bigg|_{t=x}$$

により定義される。

生存数曲線 l_t の $t = x$ における微分係数は、l_t に４次式をあてはめて求めた。４次式は、その点及び前後２点ずつの５点を通るものとした。日齢０日、７日については、日齢 14 日と同じ式を用いた。

３歳以上の死力 μ_x は、５点

$(x-2, l_{x-2})$、$(x-1, l_{x-1})$、(x, l_x)、$(x+1, l_{x+1})$、$(x+2, l_{x+2})$

を通る４次式

$$g_x(t) = \sum_{i=-2}^{2} l_{x+i} \left(\prod_{\substack{-2 \leqq j \leqq 2 \\ j \neq i}} \frac{t-(x+j)}{i-j} \right) \qquad \text{（Lagrange の補間公式）}$$

の $t = x$ における微分係数を代入した関係式

$$\mu_x = \frac{8(l_{x-1} - l_{x+1}) - (l_{x-2} - l_{x+2})}{12 l_x}$$

$$\left(= \frac{1}{l_x} \left\{ \frac{d_{x-1} + d_x}{2} + \frac{1}{6} \left(\frac{d_{x-1} + d_x}{2} - \frac{d_{x-2} + d_{x+1}}{2} \right) \right\} \right)$$

により求めた。３歳未満についても同様に求められる。

ただし、Gompertz-Makeham 関数をあてはめて補整及び延長した部分（男女とも 95 歳以上）については、

$$\mu_x = A + Be^{C(x-x_0)}$$

により求めた。

（３）定常人口 ${}_{n}L_x$ 、T_x 及び平均余命 $\mathring{e}_x$

定常人口 ${}_{n}L_x$ は、

$$ {}_{n}L_x = \int_{x}^{x+n} l_t dt $$

により定義される。

生存数曲線 l_t の区間$[x、x+n]$上の積分値は、前記の４次式を用いて求めた。３歳以上の L_x は、関係式

$$L_x = \frac{11}{720} l_{x-2} - \frac{37}{360} l_{x-1} + \frac{19}{30} l_x + \frac{173}{360} l_{x+1} - \frac{19}{720} l_{x+2}$$

$$\left(= \frac{l_x + l_{x+1}}{2} - \frac{1}{12}\left(\frac{l_{x+2} - l_x}{2} - \frac{l_{x+1} - l_{x-1}}{2}\right) + \frac{11}{360}\left(3l_x - 4 \cdot \frac{l_{x-1} + l_{x+1}}{2} + \frac{l_{x-2} + l_{x+2}}{2}\right)\right)$$

により求めた。３歳未満についても同様に求められる。

また、

$$T_x = \sum_{t=x}^{129} {}_{n}L_x$$

により求めた。

また、平均余命 $\mathring{e}_x$ は

$$\mathring{e}_x = \frac{T_x}{l_x}$$

により求めた。

７．計算桁数について

（１）今回の生命表の計算は 16 桁の浮動小数点演算を行った。
（２）L_xの計算は 129 歳まで行ったが、発表する生命表の上限年齢は、生存数l_xが 0.5 以上となる年齢にとどめた。
（３）発表した数値は四捨五入した数値である。