# Ⅰ　市区町村別生命表について

## １．生命表とは

生命表とは、一定期間（作成基礎期間）におけるある集団の死亡状況を年齢の関数（生命関数）として表したものである。生命関数の中で最も広く使われている平均余命は、「ある年齢の者が、当該期間での死亡状況で死亡していった場合に、平均して今後どの程度の期間生きていることが期待されるか」を表した指標である。特に、０歳の平均余命である平均寿命は全ての年齢の死亡状況を集約しており、保健福祉水準を測る総合的指標として広く活用されている。

また、このほかにも、生命表には様々な生命関数が示されている。これらの種々の関数は、生命表の基本的考え方とでも呼ぶべき、死亡秩序を捉える一つの概念に基づいており、この考え方を色々な側面から表現したり、そこから導き出されたりしたものが、生命表に示されている各関数となっている。この基本的考え方の一つの表現は、「各年齢において人が死亡する確率は、年齢に応じて捉えることができ、これを算定し一定と仮定する」というものである。

それでは、平均余命は実際にはどのように導き出されるのであろうか。いま、$x$歳の者があと何年生存すると期待されるかを考えてみよう。基本的考え方に従い、全ての年齢における死亡確率がわかったとすると、その者が$x$歳以降の各年齢で死亡する確率を求めることができる。一方、死亡年齢から$x$（歳）をひいたものが$x$歳以降の生存年数であることから、これは、$x$歳以降の生存年数がどのように分布しているかを表す確率分布を求めたことになっている。したがって、この分布の平均値が平均余命になるというわけである。

ところで、以上のような基本的考え方においては、出生以降の各年齢での死亡確率が捉えられているということから、生命表とはある出生者がこの死亡確率に基づいて加齢する状況を追跡していくコーホート的経過を表しているとも考えられる。一方、これは同時に年間出生数とその死亡秩序が一定である集団において、長期の時間が経過した後に現れる定常的な人口集団の構造を表しており、生命表は一定の死亡秩序下における人口構造の特性を表したものと考えることもできる。

また、生命表は年齢別の死亡確率のみに基づいて作成されており、集団の年齢構成如何に関わらずその集団の死亡の程度を表している。したがって、地域別や年次別といった、年齢構成の異なる集団間の死亡状況を精密に比較する際にも欠くことのできないものとなっている。

なお、年齢別の死亡確率が算定できない場合、あるいは、算定することが不適当な場合には、年齢階級別の死亡確率により生命表が作成される。また、死亡確率のことを単に死亡率という。

## ２．生命表の考え方

ここでは、生命表における諸関数がどのような考え方に基づいて計算されるのかについて説明する。

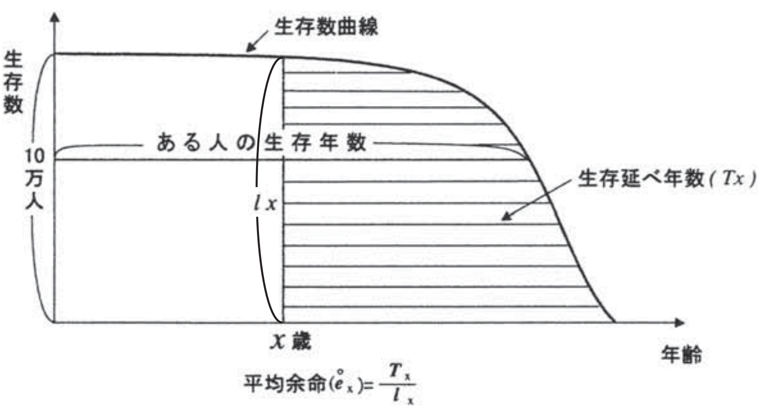
まず最初に、ある地域において 10 万人の出生が同時にあったと仮定し、この 10 万人の集団が作成基礎期間における年齢別死亡率にしたがって死亡していく（つまり作成基礎期間における死亡状況が今後変わらない）と仮定すると、生存数は 10 万人からしだいに減少し、最終的には０人になる。このとき、横軸に年齢、縦軸に生存数をとり、グラフに表すと**図１**のようになる。

この曲線は $x$ 歳に到達する人が何人いるかを示すものであり、これを**生存数曲線**という。今度は見方を変えて、縦軸に並んでいる出生者のうち、ある１人に注目し、そこから横軸に平行な線分を生存数曲線に達するまで引くと、この線分の長さは対応する出生者の生存年数を与えており、そのうち横線部の中を通る長さは $x$ 歳以降の生存年数を表している。（**図１**）

この $x$ 歳以降の生存年数を生存数 $l_x$ すべてについて合計することにより生存延べ年数が得られるが、これは**図１**における横線部の面積に等しい（$T_x$ とする）。このとき、$T_x$ を $x$ 歳の生存数 $l_x$ で除した値は $x$ 歳以降生存すると見込まれる平均年数とみなせるので、これを $x$ 歳における**平均余命**という。とくに０歳の平均余命のことを**平均寿命**というが、これは０歳以降の平均生存年数に他ならない。

なお、この平均余命の数値は、その年齢以下の死亡の影響を受けない。例えば、０歳の平均余命である平均寿命は、乳幼児期の死亡の影響を受けるが、20 歳の平均余命は、乳幼児期の死亡の影響を受けない。したがって、この両者を比較することによって、乳幼児期のおおよその死亡の状況を知ることができる。

**図１　生存数曲線**



## ３．市区町村別生命表

厚生労働省で作成している生命表には、全国単位の「完全生命表」、「簡易生命表」、都道府県単位の「都道府県別生命表」及び市区町村単位の「市区町村別生命表」がある。

市区町村別生命表は、死亡状況を市区町村単位で把握し、比較分析に資することを目的としたものであり、人口動態統計及び国勢調査のデータを用いて作成している。作成にあたっては、完全生命表、簡易生命表及び都道府県別生命表が、各歳の死亡率を推定して生命関数を算定しているのに対し、市区町村別生命表では Chin Long Chiang の方法に基づき、５歳階級ごと（５歳未満は０歳と１～４歳に分割）の死亡率を推定して生命関数を算定しているという違いがある。また、死亡率推定にあたっては、小地域の死亡率推定に有力な手法であるベイズ推定を用いて死亡率の安定化を図っている(注)。

なお、平成 22 年市区町村別生命表に掲載されている全国、都道府県、東京都区部及び政令指定都市の値は、市区町村の値との比較の観点から、各市区町村と同様の方法で算出しており、平成 22 年簡易生命表、第 21 回生命表及び平成 22 年都道府県別生命表とは異なった作成方法となっている。そのため、平成 22 年市区町村別生命表における全国、都道府県、東京都区部及び政令指定都市の値は、平成 22 年簡易生命表、第 21 回生命表及び平成 22 年都道府県別生命表のいずれとも同一の値とはなっていないが、全国における死亡状況を表したものとしては第 21 回生命表を、また、都道府県、東京都区部及び政令指定都市における死亡状況を表したものとしては平成 22 年都道府県別生命表を用いるのが最も適切である。

この生命表における市区町村は、平成 22 年 12 月 31 日時点のものであり、その対象は、人口動態統計の観察対象範囲に含まれる市区町村のうち、東京都区部、政令指定都市及び神奈川県相模原市の行政区を除く 1898 市区町村である。

注：ベイズ推定の手法を用いた市区町村別生命表の作成に関しては、昭和 60 年（1985 年）、平成２年（1990 年）及び平成７年（1995 年）について、厚生統計協会（現厚生労働統計協会）の研究委託事業として方法の検討などが行われており、その研究内で市区町村別生命表が試算されており、平成 12 年（2000 年）より、厚生労働省で算出しているところである。

## ４．生命関数の定義

生命表における、生存率、死亡率、生存数、死亡数、定常人口及び平均余命の定義は以下のとおりである。

### （１）生存率 ${}_{n}p_{x}$ 、死亡率 ${}_{n}q_{x}$

ちょうど $x$ 歳に達した者が $x+n$ 歳に達するまで生存する確率を $x$ 歳以上 $x+n$ 歳未満における生存率といい、これを ${}_{n}p_{x}$ で表し、$x+n$ 歳に達しないで死亡する確率を $x$ 歳以上 $x+n$ 歳未満における死亡率といい、これを ${}_{n}q_{x}$ で表す。特に ${}_{1}p_{x}$、${}_{1}q_{x}$ を $x$ 歳における生存率、死亡率といい、これらを $p_{x}$、$q_{x}$ で表す。

**（２）生存数 $l_x$**

生命表上で一定の出生者数 $l_0$ （通常 100,000 人とする）が、（１）の死亡率に従って死亡減少していくと考えた場合、$x$ 歳に達するまで生存すると期待される者の数を $x$ 歳における生存数といい、これを $l_x$ で表す。

**（３）死亡数 ${}_nd_x$**

$x$ 歳における生存数 $l_x$ のうち $x+n$ 歳に達しないで死亡すると期待される者の数を $x$ 歳以上 $x+n$ 歳未満における死亡数といい、これを ${}_nd_x$ で表す。特に ${}_1d_x$ を $x$ 歳における死亡数といい、これを $d_x$ で表す。

**（４）定常人口 ${}_nL_x$ 及び $T_x$**

$x$ 歳における生存数 $l_x$ について、これらの各々が $x$ 歳から $x+n$ 歳に達するまでの間に生存する年数の和を $x$ 歳以上 $x+n$ 歳未満における定常人口といい、これを ${}_nL_x$ で表す。すなわち、常に一定の出生があって、これらの者が（１）の死亡率に従って死亡すると仮定すると、一定期間経過後、一定の年齢構造をもつ人口集団が得られるが、その集団の $x$ 歳以上 $x+n$ 歳未満の人口に相当する。特に ${}_1L_x$ を $x$ 歳における定常人口といい、これを $L_x$ で表す。

さらに、$x$ 歳における生存数 $l_x$ について、これらの各々が $x$ 歳以後死亡に至るまでの間に生存する年数の和を $x$ 歳以上の定常人口といい、これを $T_x$ で表す。すなわち、上記の人口集団の $x$ 歳以上の人口に相当する。${}_nL_x$ 、$T_x$ は、

$${}_nL_x = \int_x^{x+n} l_t dt \text{、} T_x = \int_x^{\infty} l_t dt$$

により与えられる。

**（５）平均余命 $\mathring{e}_x$**

$x$ 歳における生存数 $l_x$ について、これらの者が $x$ 歳以降に生存する年数の平均を $x$ 歳における平均余命といい、これを $\mathring{e}_x$ で表す。$\mathring{e}_x$ は

$$\mathring{e}_x = \frac{T_x}{l_x}$$

により与えられ、特に０歳における平均余命 $\mathring{e}_0$ を平均寿命という。

## Ⅱ　平成22年市区町村別生命表の作成方法

### １．対象

各市区町村における日本人とした。

### ２．作成基礎期間

平成22年1月1日から同年12月31日に至る1年間とした。

### ３．基礎資料

市区町村別に次の資料を用いた。なお、市区町村の名称及び区域は、平成22年12月31日現在のものとした。

(1)　平成22年　性・年齢階級別死亡数

－厚生労働省大臣官房統計情報部　人口動態統計－

(2)　平成22年7月～9月　性・年齢階級別死亡数

－厚生労働省大臣官房統計情報部　人口動態統計－

(3)　平成21年～22年　性別出生数

－厚生労働省大臣官房統計情報部　人口動態統計－

(4)　平成22年10月1日現在　性・年齢別人口

－総務省統計局　平成22年国勢調査－

実際の計算にあたっての、上記資料の利用区分及び後述の計算方法の説明に用いる記号を次に示す（以下、記号の混乱を避けるため、それが都道府県、東京都区部及び政令指定都市$i$の数値を表す場合は$i$、$i$に属する市区町村$j$の数値を表す場合は$(i,j)$を、それぞれ右肩に付して区別する）。

**人口及び死亡数**

| 年齢 | 人口（平成22年10月1日） | | 死亡数 | |
|---|---|---|---|---|
| | 年齢階級別の人口 | 各年齢階級の始年齢人口 | 平成22年7月～9月 | 平成22年 |
| 0歳 | … | … | … | $D_0^{(i,j)}$ |
| 1～4 | ${}_4\overset{*}{P}{}_1^{(i,j)}$ | $\overset{*}{P}{}_1^{(i,j)}$ | ${}_4\overset{*}{D}{}_1^{(i,j)}$ | ${}_4D_1^{(i,j)}$ |
| 5～9 | ${}_5\overset{*}{P}{}_5^{(i,j)}$ | $\overset{*}{P}{}_5^{(i,j)}$ | ${}_5\overset{*}{D}{}_5^{(i,j)}$ | ${}_5D_5^{(i,j)}$ |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 10～14 | ${}_5\overset{*}{P}{}_{10}^{(i,j)}$ | $\overset{*}{P}{}_{10}^{(i,j)}$ | ${}_5\overset{*}{D}{}_{10}^{(i,j)}$ | ${}_5D_{10}^{(i,j)}$ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| $x$～$x+4$ | ${}_5\overset{*}{P}{}_{x}^{(i,j)}$ | $\overset{*}{P}{}_{x}^{(i,j)}$ | ${}_5\overset{*}{D}{}_{x}^{(i,j)}$ | ${}_5D_{x}^{(i,j)}$ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 90～94 | ${}_5\overset{*}{P}{}_{90}^{(i,j)}$ | $\overset{*}{P}{}_{90}^{(i,j)}$ | ${}_5\overset{*}{D}{}_{90}^{(i,j)}$ | ${}_5D_{90}^{(i,j)}$ |
| 95～99 | ${}_\infty\overset{*}{P}{}_{95}^{(i,j)}$ | $\overset{*}{P}{}_{95}^{(i,j)}$ | ${}_5\overset{*}{D}{}_{95}^{(i,j)}$ | ${}_\infty D_{95}^{(i,j)}$ |
| 100～ | | … | ${}_\infty\overset{*}{D}{}_{100}^{(i,j)}$ | |

（注意）この基礎資料には年齢や住所地が不詳であるデータが存在しているので、次のように不詳按分をすることによりデータの補正を行った。４．で述べる計算はこの補正されたデータに対して行った。

① 人口の補正

人口の国籍・年齢不詳分は、各市区町村別に既知の年齢階級別人口に比例させて、按分した。

② 死亡数の補正

死亡数には、「(a) 年齢のみ不詳、(b) 住所地のみ不詳、(c) 年齢及び住所地ともに不詳」という 3 つの不詳のパターンが存在する。これらの不詳按分は次のような順で行った。

(a) 年齢のみ不詳 … 年齢及び住所地ともに既知の死亡数をもとに、市区町村ごとに年齢別死亡数に比例させて按分して加えた。

(b) 住所地のみ不詳 … (a)の結果をもとに、年齢ごとに市区町村別死亡数に比例させて按分して加えた。

(c) 年齢及び住所地ともに不詳 … (b)の結果をもとに、年齢・市区町村別死亡数に比例させて按分して加えた。

**出生数**

| 平成 21 年 | 平成 22 年 |
|---|---|
| $B^{(i,j)}(21)$ | $B^{(i,j)}(22)$ |

## ４．計算方法

今回の市区町村別生命表の作成においては、Chin Long Chiang の方法によった。この方法は、各国で比較的多く用いられている作成方法である。

### （１）死亡率推定のための地域

都道府県、東京都区部及び政令指定都市とした。

**（２）中央人口 ${}_{n}P_{x}^{(i,j)}$**

作成基礎期間の中央にあたる平成 22 年 7 月 1 日現在の人口を中央人口という。市区町村$(i,j)$の 1 歳以上 5 歳未満の中央人口を ${}_{4}P_{1}^{(i,j)}$、$x$歳以上$x+5$歳未満の中央人口を ${}_{5}P_{x}^{(i,j)}$（ただし$x=5,10,15,\cdots,90$）、95 歳以上の中央人口を${}_{\infty}P_{95}^{(i,j)}$で表すとき、それらを、

$$
{}_{4}P_{1}^{(i,j)} = {}_{4}\overset{*}{P}_{1}^{(i,j)} + \frac{1}{4}\left(\overset{*}{P}_{5}^{(i,j)} - \overset{*}{P}_{1}^{(i,j)}\right) + \frac{31}{32}\ {}_{4}\overset{*}{D}_{1}^{(i,j)} + \frac{1}{40}\ {}_{5}\overset{*}{D}_{5}^{(i,j)}
$$

$$
{}_{5}P_{x}^{(i,j)} = {}_{5}\overset{*}{P}_{x}^{(i,j)} + \frac{1}{4}\left(\overset{*}{P}_{x+5}^{(i,j)} - \overset{*}{P}_{x}^{(i,j)}\right) + \frac{39}{40}\ {}_{5}\overset{*}{D}_{x}^{(i,j)} + \frac{1}{40}\ {}_{5}\overset{*}{D}_{x+5}^{(i,j)}
$$

（$x=5,10,15,\cdots,90$）

$$
{}_{\infty}P_{95}^{(i,j)} = {}_{\infty}\overset{*}{P}_{95}^{(i,j)} - \frac{1}{4}\overset{*}{P}_{95}^{(i,j)} + \frac{39}{40}\ {}_{5}\overset{*}{D}_{95}^{(i,j)} + {}_{\infty}\overset{*}{D}_{100}^{(i,j)}
$$

により求めた。

**（３）0 歳の死亡率$q_0^{(i,j)}$**

市区町村$(i,j)$ごとに、0 歳の粗死亡率$\tilde{q}_0^{(i,j)}$を、

$$
\tilde{q}_0^{(i,j)} = \frac{D_0^{(i,j)}}{\frac{1}{2}\{B^{(i,j)}(21) + B^{(i,j)}(22)\}}
$$

により求めた。

次に、地域$i$ごとに、

$$
D_0^i = \sum_j D_0^{(i,j)}\text{、}B^i(21) = \sum_j B^{(i,j)}(21)\text{、}B^i(22) = \sum_j B^{(i,j)}(22)
$$

とし、粗死亡率の人口の重み付き平均$E_0^i$及び分散$V_0^i$を、作成基礎期間が前回の 3 年間から今回は 1 年間へと短縮したことで、変動係数がおおむね$\sqrt{3}$倍になると考えられることから、

$$
E_0^i = \sum_j \tilde{q}_0^{(i,j)} \times \frac{\frac{1}{2}\{B^{(i,j)}(21) + B^{(i,j)}(22)\}}{\frac{1}{2}\{B^i(21) + B^i(22)\}} = \frac{D_0^i}{\frac{1}{2}\{B^i(21) + B^i(22)\}}\text{、}V_0^i = \left\{\sqrt{3}C_0^i(17) \times E_0^i\right\}^2
$$

（$C_0^i(17)$は、平成 17 年市区町村別生命表における 0 歳の市区町村別粗死亡率の、人口の重み付き変動係数）

で求め、パラメータ$\alpha_0^i$、$\beta_0^i$を、

$$
\alpha_0^i = E_0^i\left\{\frac{E_0^i\left(1 - E_0^i\right)}{V_0^i} - 1\right\}\text{、}\beta_0^i = \left(1 - E_0^i\right)\left\{\frac{E_0^i\left(1 - E_0^i\right)}{V_0^i} - 1\right\}
$$

と置いた。

最後に、市区町村$(i,j)$ごとに、地域$i$のパラメータ$\alpha_0^i$、$\beta_0^i$を用いて、５．で述べるベイズ推定の考え方から、死亡率$q_0^{(i,j)}$を、

$$
q_0^{(i,j)} = \frac{\alpha_0^i + D_0^{(i,j)}}{\alpha_0^i + \beta_0^i + \frac{1}{2}\{B^{(i,j)}(21) + B^{(i,j)}(22)\}}
$$

により求めた。

### （４）1 歳以上の死亡率 ${}_n q_x^{(i,j)}$

市区町村$(i,j)$ごとに、1 歳以上の年齢階級ごとの粗中央死亡率 ${}_n\widetilde{m}_x^{(i,j)}$を、

$$ {}_n\widetilde{m}_x^{(i,j)} = \frac{{}_nD_x^{(i,j)}}{{}_nP_x^{(i,j)}} $$

により求めた。ただし、年齢階級は$x = 1,5,10,15,\cdots,95$として、それぞれ$x = 1$のとき$n = 4$、$x = 5,10,15,\cdots,90$のとき$n = 5$、$x = 95$のとき$n = \infty$とした（以下同様）。

次に、地域$i$ごとに、

$$ {}_nD_x^i = \sum_j {}_nD_x^{(i,j)}、\quad {}_nP_x^i = \sum_j {}_nP_x^{(i,j)} $$

とし、粗中央死亡率の人口の重み付き平均 ${}_nE_x^i$及び分散 ${}_nV_x^i$を、作成基礎期間が前回の 3 年間から今回は 1 年間へと短縮したことで、変動係数がおおむね$\sqrt{3}$倍になると考えられることから、

$$ {}_nE_x^i = \sum_j {}_n\widetilde{m}_x^{(i,j)} \times \frac{{}_nP_x^{(i,j)}}{{}_nP_x^i} = \frac{{}_nD_x^i}{{}_nP_x^i}、\quad {}_nV_x^i = \left\{\sqrt{3}\,{}_nC_x^i(17) \times {}_nE_x^i\right\}^2 $$

（${}_nC_x^i(17)$は、平成 17 年市区町村別生命表における$x$歳以上$x+n$歳未満の市区町村別粗中央死亡率の、人口の重み付き変動係数）

で求め、パラメータ ${}_n\alpha_x^i$、${}_n\beta_x^i$を、

$$ {}_n\alpha_x^i = {}_nE_x^i\left\{\frac{{}_nE_x^i\left(1 - {}_nE_x^i\right)}{{}_nV_x^i} - 1\right\}、\quad {}_n\beta_x^i = \left(1 - {}_nE_x^i\right)\left\{\frac{{}_nE_x^i\left(1 - {}_nE_x^i\right)}{{}_nV_x^i} - 1\right\} $$

と置いた。

最後に、市区町村$(i,j)$ごとに、地域$i$のパラメータ ${}_n\alpha_x^i$、${}_n\beta_x^i$を用いて、５．で述べるベイズ推定の考え方から、中央死亡率 ${}_nm_x^{(i,j)}$を、

$$ {}_nm_x^{(i,j)} = \frac{{}_n\alpha_x^i + {}_nD_x^{(i,j)}}{{}_n\alpha_x^i + {}_n\beta_x^i + {}_nP_x^{(i,j)}} \quad (x = 1,5,10,15,\cdots,95) $$

により求めた。

こうして得られた中央死亡率 ${}_nm_x^{(i,j)}$を、変換式

$$ {}_nq_x^{(i,j)} = \frac{n \cdot {}_nm_x^{(i,j)}}{1 + \left(n - {}_na_x^i\right){}_nm_x^{(i,j)}} \quad (x = 1,5,10,15,\cdots,90) $$

で変換することにより、死亡率 ${}_nq_x^{(i,j)}$を求めた。

ただしここで、${}_na_x^i$は、地域$i$の平均生存期間であり、平成 22 年都道府県別生命表における生存数$l_{x+n}^i$、死亡数 ${}_nd_x^i$及び定常人口 ${}_nL_x^i$から、

$$ {}_na_x^i = \frac{{}_nL_x^i - n \cdot l_{x+n}^i}{{}_nd_x^i} $$

により定義されるものである（$x = 0$のときは$n = 1$とする（以下同様））。

### （５）生存数$l_x^{(i,j)}$及び死亡数 ${}_nd_x^{(i,j)}$

0 歳の生存数を$l_0^{(i,j)} = 100{,}000$とし、生存率を逐次乗じることで、

$$
\begin{array}{lll}
p_0^{(i,j)} = 1 - q_0^{(i,j)} & l_1^{(i,j)} = l_0^{(i,j)} \times p_0^{(i,j)} & d_0^{(i,j)} = l_0^{(i,j)} - l_1^{(i,j)} \\
{}_4p_1^{(i,j)} = 1 - {}_4q_1^{(i,j)} & l_5^{(i,j)} = l_1^{(i,j)} \times {}_4p_1^{(i,j)} & {}_4d_1^{(i,j)} = l_1^{(i,j)} - l_5^{(i,j)} \\
{}_5p_5^{(i,j)} = 1 - {}_5q_5^{(i,j)} & l_{10}^{(i,j)} = l_5^{(i,j)} \times {}_5p_5^{(i,j)} & {}_5d_5^{(i,j)} = l_5^{(i,j)} - l_{10}^{(i,j)} \\
{}_5p_{10}^{(i,j)} = 1 - {}_5q_{10}^{(i,j)} & l_{15}^{(i,j)} = l_{10}^{(i,j)} \times {}_5p_{10}^{(i,j)} & {}_5d_{10}^{(i,j)} = l_{10}^{(i,j)} - l_{15}^{(i,j)} \\
\cdots & \cdots & \cdots \\
{}_5p_{90}^{(i,j)} = 1 - {}_5q_{90}^{(i,j)} & l_{95}^{(i,j)} = l_{90}^{(i,j)} \times {}_5p_{90}^{(i,j)} & {}_5d_{90}^{(i,j)} = l_{90}^{(i,j)} - l_{95}^{(i,j)} \\
 & & {}_\infty d_{95}^{(i,j)} = l_{95}^{(i,j)}
\end{array}
$$

により生存数$l_x^{(i,j)}$及び死亡数${}_nd_x^{(i,j)}$を求めた。

### （６）定常人口${}_nL_x^{(i,j)}$

$x$歳以上$x+n$歳未満の定常人口${}_nL_x^{(i,j)}$は、

$${}_nL_x^{(i,j)} = n \cdot l_{x+n}^{(i,j)} + {}_na_x^i \cdot {}_nd_x^{(i,j)} \quad (x = 0,1,5,10,15,\cdots,90)$$

により求めた。ただし、${}_\infty L_{95}^{(i,j)}$については、

$${}_\infty L_{95}^{(i,j)} = \frac{{}_\infty d_{95}^{(i,j)}}{{}_\infty m_{95}^{(i,j)}}$$

により求めた。

### （７）定常人口$T_x^{(i,j)}$

$x$歳以上の定常人口$T_x^{(i,j)}$は、

$$T_x^{(i,j)} = \sum_{t=x}^{95} {}_nL_t^{(i,j)}$$

により求めた。

### （８）平均余命$\mathring{e}_x^{(i,j)}$

平均余命$\mathring{e}_x^{(i,j)}$は、

$$\mathring{e}_x^{(i,j)} = \frac{T_x^{(i,j)}}{l_x^{(i,j)}}$$

により求めた。

### （９）平均余命$\mathring{e}_x^{(i,j)}$の標準誤差

平均余命$\mathring{e}_x^{(i,j)}$の標準誤差を、中央死亡率（0 歳では死亡率）の事後分布の分散（５．を参照）

$$ {}_nV_x^{(i,j)} = \frac{\left({}_n\alpha_x^i + {}_nD_x^{(i,j)}\right)\left({}_n\beta_x^i + {}_nP_x^{(i,j)} - {}_nD_x^{(i,j)}\right)}{\left({}_n\alpha_x^i + {}_n\beta_x^i + {}_nP_x^{(i,j)}\right)^2\left({}_n\alpha_x^i + {}_n\beta_x^i + {}_nP_x^{(i,j)} + 1\right)} $$

（ただし$x = 0$では$P_0^{(i,j)} = \frac{1}{2}\left\{B^{(i,j)}(21) + B^{(i,j)}(22)\right\}$とする）

を用いて、

$$ \frac{1}{l_x^{(i,j)}}\sqrt{\sum_{t=x}^{90}\left(l_t^{(i,j)}\right)^2 \cdot \left\{\left(n - {}_na_t^i\right) + \mathring{e}_{t+n}^{(i,j)}\right\}^2 \cdot {}_nV_t^{(i,j)}} $$

（$x = 0,1,5,10,15,\cdots,90$）

により求めた。

## ５．死亡率のベイズ推定

生命表作成の基礎となる中央死亡率（0 歳では死亡率）については、市区町村ごとでは死亡数が少なく、人口（0 歳では出生数）と死亡数の実績値から直接計算しただけでは偶然変動の影響を受けて不安定であることが多いため、ベイズ統計学の手法を用いた推定（ベイズ推定）を行った。

ベイズ推定とは、前もって利用可能な情報を事前分布として表現したものに、観測によって得られる標本情報を尤度として乗ずることで、ベイズの定理により決定される事後分布に基づき推定する方法をいう。

### （１）ベイズ推定の考え方

母数$\theta$（ここでは市区町村$(i,j)$の死亡率を指す）の取り得る値について、あらかじめ何らかの情報（ここでは地域$i$内の死亡率の分布を指す）が与えられているとき、それを確率分布の形で表現したものを事前分布という。

$\theta$の事前分布の確率密度関数を$p(\theta)$とし、また、$\theta$を与えたときのデータ$X$（ここでは市区町村$(i,j)$の死亡数を指す）の確率密度関数を$f(X|\theta)$とすると、データの観測値$X = x$が与えられたときの$\theta$の条件付き確率密度関数$p(\theta|x)$は、ベイズの定理より、

$$ p(\theta|x) = \frac{p(\theta) \cdot f(x|\theta)}{\int p(\theta) \cdot f(x|\theta) d\theta} $$

で与えられる。これを$\theta$の事後確率密度関数、その分布を事後分布という。

ここで分母の正規化定数を無視すれば、$p(\theta|x) \propto p(\theta) \cdot f(x|\theta)$となっており、事前分布$p(\theta)$にデータの観測値の情報を$\theta$の尤度関数$f(x|\theta)$として乗ずることにより、事後分布$p(\theta|x)$が決定されることが分かる。

### （２）死亡率の推定方法

具体的には、以下に述べる方法で死亡率を推定した。

1 歳以上の死亡率については、母数を中央死亡率${}_nm_x^{(i,j)}$とし、その事前分布として、次の性質を持つベータ分布$Beta\left({}_n\alpha_x^i, {}_n\beta_x^i\right)$を選択した。すなわち、

$$p\left({}_n m_x^{(i,j)}\right) = \frac{1}{B\left({}_n\alpha_x^i,\ {}_n\beta_x^i\right)} \left({}_n m_x^{(i,j)}\right)^{{}_n\alpha_x^i - 1} \left(1 - {}_n m_x^{(i,j)}\right)^{{}_n\beta_x^i - 1}$$

とすると、その平均及び分散は$\frac{{}_n\alpha_x^i}{{}_n\alpha_x^i + {}_n\beta_x^i}$及び$\frac{{}_n\alpha_x^i \cdot {}_n\beta_x^i}{\left({}_n\alpha_x^i + {}_n\beta_x^i\right)^2 \left({}_n\alpha_x^i + {}_n\beta_x^i + 1\right)}$で与えられるが、これらが粗中央死亡率の人口の重み付き平均${}_nE_x^i$及び分散${}_nV_x^i$に等しくなるよう、事前分布のパラメータを、それぞれ、

$${}_n\alpha_x^i = {}_nE_x^i \left\{\frac{{}_nE_x^i\left(1 - {}_nE_x^i\right)}{{}_nV_x^i} - 1\right\}、\ {}_n\beta_x^i = \left(1 - {}_nE_x^i\right)\left\{\frac{{}_nE_x^i\left(1 - {}_nE_x^i\right)}{{}_nV_x^i} - 1\right\}$$

により決定した。

ここで中央人口${}_nP_x^{(i,j)}$は既知とし、死亡数${}_nD_x^{(i,j)}$は２項分布$Bin\left({}_nP_x^{(i,j)},\ {}_n m_x^{(i,j)}\right)$に従う確率変数${}_n\tilde{D}_x^{(i,j)}$の実現値と考える。このとき${}_n\tilde{D}_x^{(i,j)} = {}_nD_x^{(i,j)}$となる確率は、

$$f\left({}_nD_x^{(i,j)} \middle| {}_n m_x^{(i,j)}\right) = \binom{{}_nP_x^{(i,j)}}{{}_nD_x^{(i,j)}} \left({}_n m_x^{(i,j)}\right)^{{}_nD_x^{(i,j)}} \left(1 - {}_n m_x^{(i,j)}\right)^{{}_nP_x^{(i,j)} - {}_nD_x^{(i,j)}}$$

であるから、観測値${}_nD_x^{(i,j)}$が与えられたときの${}_n m_x^{(i,j)}$の条件付き確率密度関数は、

$$\begin{aligned} p\left({}_n m_x^{(i,j)} \middle| {}_nD_x^{(i,j)}\right) &\propto p\left({}_n m_x^{(i,j)}\right) \cdot f\left({}_nD_x^{(i,j)} \middle| {}_n m_x^{(i,j)}\right) \\ &\propto \left({}_n m_x^{(i,j)}\right)^{{}_n\alpha_x^i + {}_nD_x^{(i,j)} - 1} \left(1 - {}_n m_x^{(i,j)}\right)^{{}_n\beta_x^i + {}_nP_x^{(i,j)} - {}_nD_x^{(i,j)} - 1} \end{aligned}$$

となる。

以上のことから、中央死亡率${}_n m_x^{(i,j)}$の事後分布は再びベータ分布となり、

$${}_n m_x^{(i,j)} \middle| \left({}_n\tilde{D}_x^{(i,j)} = {}_nD_x^{(i,j)}\right) \sim Beta\left({}_n\alpha_x^i + {}_nD_x^{(i,j)},\ {}_n\beta_x^i + {}_nP_x^{(i,j)} - {}_nD_x^{(i,j)}\right)$$

であることが分かる。母数の推定値には、この事後分布の平均をあてることとし、

$$\begin{aligned} {}_n m_x^{(i,j)} &= \frac{{}_n\alpha_x^i + {}_nD_x^{(i,j)}}{{}_n\alpha_x^i + {}_n\beta_x^i + {}_nP_x^{(i,j)}} \\ &= \frac{{}_n\alpha_x^i + {}_n\beta_x^i}{{}_n\alpha_x^i + {}_n\beta_x^i + {}_nP_x^{(i,j)}}\ {}_nE_x^i + \frac{{}_nP_x^{(i,j)}}{{}_n\alpha_x^i + {}_n\beta_x^i + {}_nP_x^{(i,j)}}\ {}_n\tilde{m}_x^{(i,j)} \end{aligned}$$

と推定した。

0 歳についても同様の推定をした。