

I 簡易生命表の概要

1 生命表とは

生命表とは、一定期間（作成基礎期間）におけるある集団の死亡状況を年齢の関数（生命関数）として表したものである。生命関数の中で最も広く使われている平均余命は、「ある年齢の者が、当該期間での死亡状況で死亡していった場合に、平均して今後どの程度の期間生きていることが期待されるか」を表した指標である。特に、0歳の平均余命である平均寿命は全ての年齢の死亡状況を集約しており、保健福祉水準を測る総合的指標として広く活用されている。

また、このほかにも、生命表には様々な生命関数が示されている。これらの種々の関数は、生命表の基本的考え方とでも呼ぶべき、死亡秩序を捉える一つの概念に基づいており、この考え方を色々な側面から表現したり、そこから導き出されたりしたものが、生命表に示されている各関数となっている。この基本的考え方の一つの表現は、「各年齢において人が死亡する確率は、年齢に応じて捉えることができ、これを算定し一定と仮定する」というものである。

それでは、平均余命は、実際にはどのように導き出されるのであろうか。いま、 x 歳の者があと何年生存すると期待されるかを考えてみよう。基本的考え方に従い、全ての年齢における死亡確率がわかったとすると、その者が x 歳以降の各年齢で死亡する確率を求めることができる。一方、死亡年齢から x （歳）をひいたものが x 歳以降の生存年数であることから、これは、 x 歳以降の生存年数がどのように分布しているかを表す確率分布を求めたことになっている。したがって、この分布の平均値が平均余命になるというわけである。

ところで、以上のような基本的考え方においては、出生以降の各年齢での死亡確率が捉えられているということから、生命表とはある出生者がこの死亡確率に基づいて加齢する状況を追跡していくコーホートの経過を表しているとも考えられる。一方、これは同時に年間出生数とその死亡秩序が一定である集団において、長期の時間が経過した後に見える定常的な人口集団の構造を表していて、生命表は一定の死亡秩序下における人口構造の特性を表したものとも考えることができる。

また、生命表は年齢別の死亡率のみに基づいて作成されており、集団の年齢構成いかに関わらずその集団の死亡の程度を表している。したがって、地域別や年次別といった、年齢構成の異なる集団間の死亡状況を精密に比較する際にも欠くことのできないものとなっている。

厚生労働省では、完全生命表、簡易生命表、都道府県別生命表及び市区町村別生命表の4種類の生命表を作成している。完全生命表は、国勢調査による年齢別人口に基づき作成している。一方、簡易生命表は総務省の人口推計による推計人口を用いて作成している。

2 生命関数

生命表における、死亡率、生存数、死亡数、定常人口及び平均余命等の生命関数の意味は、次のとおりである。

生存率 ${}_n p_x$: ちょうど x 歳に達した者が $x + n$ 歳に達するまで生存する確率を x 歳以上 $x + n$ 歳未満における生存率といい、これを ${}_n p_x$ で表す。特に ${}_1 p_x$ を x 歳における生存率といい、これを p_x で表す。

死亡率 ${}_n q_x$: ちょうど x 歳に達した者が $x + n$ 歳に達しないで死亡する確率を x 歳以上 $x + n$ 歳未満における死亡率といい、これを ${}_n q_x$ で表す。特に ${}_1 q_x$ を x 歳における死亡率といい、これを q_x で表す。

生存数 l_x : 生命表上で一定の出生数 l_0 (簡易生命表では100 000人) が、上記の死亡率に従って死亡減少していくと考えた場合、 x 歳に達するまで生きると期待される者の数を x 歳における生存数といい、これを l_x で表す。

死亡数 ${}_n d_x$: x 歳における生存数 l_x のうち $x + n$ 歳に達しないで死亡すると期待される者の数を x 歳以上 $x + n$ 歳未満における死亡数といい、これを ${}_n d_x$ で表す。特に ${}_1 d_x$ を x 歳における死亡数といい、これを d_x で表す。

定常人口 ${}_n L_x$ 及び T_x : x 歳における生存数 l_x について、これらの者が x 歳から $x + n$ 歳に達するまでの間に生存すると期待される年数の和を x 歳以上 $x + n$ 歳未満における定常人口といい、これを ${}_n L_x$ で表す。即ち、常に一定の出生があつて、これらの者が上記の死亡率に従って死亡すると仮定すると、一定期間経過後、一定の年齢構造をもつ人口集団が得られるが、その集団の x 歳以上 $x + n$ 歳未満の人口に相当する。特に ${}_1 L_x$ を x 歳における定常人口といい、これを L_x で表す。更に x 歳における生存数 l_x について、これらの者が x 歳以後死亡に至るまでの間に生存すると期待される年数の和を x 歳以上の定常人口といい、これを T_x で表す。即ち、上記の人口集団の x 歳以上の人口に相当する。 ${}_n L_x$ 及び T_x は

$${}_n L_x = \int_x^{x+n} l_t dt \quad , \quad T_x = \int_x^{\infty} l_t dt$$

により与えられる。

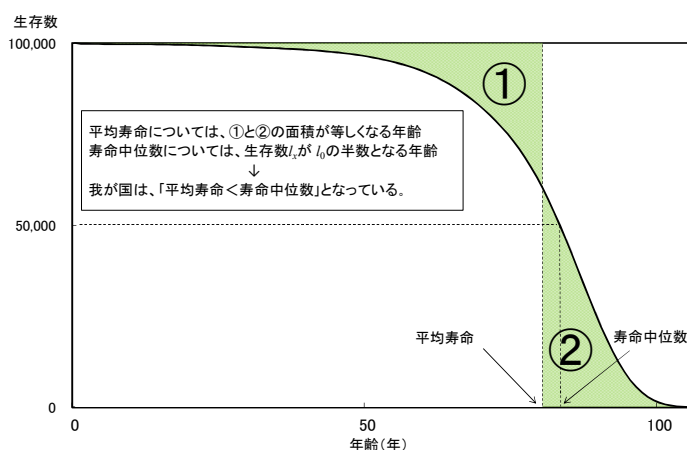
平均余命 e_x : x 歳における生存数 l_x について、これらの者が x 歳以降に生存する年数の平均を x 歳における平均余命といい、これを e_x で表す。 x 歳における平均余命は次式により与えられる。

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}$$

平均寿命 e_0 : 0 歳における平均余命 e_0 を平均寿命という。

寿命中位数 : 生命表上で、出生者のうちちょうど半数が生存し、半数が死亡すると期待される年数を寿命中位数という。これは次式を満たす α として与えられる。

$$l_\alpha = \frac{l_0}{2}$$



3 死 因 分 析

付表として死因分析を掲載した。各項目の意味は次のとおりである。

- (1) 死因別死亡確率：令和 6 年の死亡状況が一定不変と仮定した場合、ある年齢の者が将来その死因で死亡する確率を表す。
- (2) 特定死因を除去した場合の平均余命の伸び：特定の死因が克服されたと仮定した場合の平均余命の伸びを表す。この伸びは、その死因のために失われた余命とみなすことができ、その死因の平均余命への影響力の大きさをみることができる。

II 令和6年簡易生命表の作成方法

令和6年簡易生命表は、以下に述べる資料と計算方法に基づき、日本における日本人について作成した。

1 作成基礎期間

作成基礎期間は、令和6年1月1日から令和6年12月31日に至る1年間である。

2 作成に用いた統計資料

- (1) 令和6年男女別・年齢別死亡数（人口動態統計）－厚生労働省政策統括官（統計・情報システム管理、労使関係担当）
- (2) 令和6年7・8・9月男女別・年齢別死亡数（人口動態統計）－厚生労働省政策統括官（統計・情報システム管理、労使関係担当）
- (3) 令和6年男女別・月齢別乳児死亡数（人口動態統計）－厚生労働省政策統括官（統計・情報システム管理、労使関係担当）
- (4) 令和2年10月～令和6年9月男女別・出生年月別死亡数（人口動態統計）－厚生労働省政策統括官（統計・情報システム管理、労使関係担当）
- (5) 令和5年男女別・月別出生数（人口動態統計）－厚生労働省政策統括官（統計・情報システム管理、労使関係担当）
- (6) 令和6年男女別・月別出生数（人口動態統計）－厚生労働省政策統括官（統計・情報システム管理、労使関係担当）
- (7) 令和3～6年10月1日現在男女別・年齢別人口（人口推計）－総務省統計局
- (8) 令和2年10月1日現在男女別・年齢別人口（国勢調査）－総務省統計局

3 計算方法の概略

人口と死亡数から種々の近似、補整及び外挿を行って死亡率を年齢別に算定し、これを基に生存数、死亡数、定常人口及び平均余命等の生命関数を計算した。ただし、1歳未満は区分を細かくして計算した。

死亡率の計算は「6 1歳未満の死亡率の計算」、「7 1歳以上の死亡率の計算」及び「8 高齢部分の死亡率の補整及び外挿」に詳述するが、105歳までを公表数値とした。

4 90歳以上の令和6年10月1日現在男女別・年齢別人口の推計

「2 作成に用いた統計資料」(7)の人口は、90歳以上が一括して計上されているため、同資料(4)、(7)及び(8)を用いて、(7)と同様の推計方法により、90歳以上の令和6年10月1日現在男女別・年齢別人口を推計した。

5 中央人口の推計

令和6年中央人口（7月1日現在人口）は、令和6年10月1日現在人口と、令和6年7月、8月及び9月の死亡数に基づいて、次により推計した。

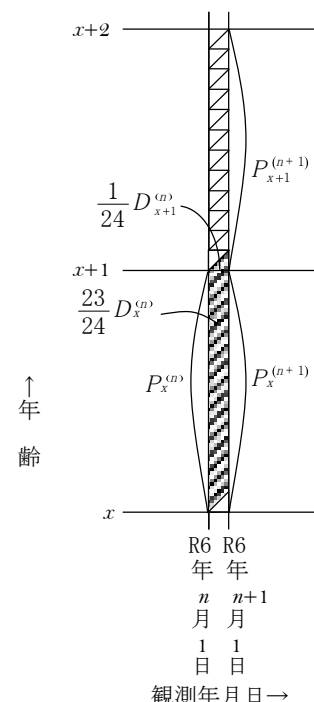
令和6年 n 月1日における x 歳の人口を $P_x^{(n)}$ で表し、令和6年 n 月の x 歳の死亡数を $D_x^{(n)}$ で表したとき、 $P_x^{(n)}$ は右のレキシス図(Lexis diagram)から、 n に関する漸化式

$$P_x^{(n)} = \frac{11}{12}P_x^{(n+1)} + \frac{1}{12}P_{x+1}^{(n+1)} + \frac{23}{24}D_x^{(n)} + \frac{1}{24}D_{x+1}^{(n)}$$

$$(x = 1, 2, \dots, \text{男 } 106, \text{女 } 108)$$

を満たすと考えられる。

令和6年10月1日現在人口から上の式により、順に9月、8月及び7月各1日の人口を推計した。



6 1歳未満の死亡率の計算

1歳未満の死亡率は、年齢1週未満、1週以上2週未満、2週以上3週未満、3週以上4週未満、4週以上2か月未満、2か月以上3か月未満、3か月以上6か月未満及び6か月以上1年未満の年齢区分に従って算定した。

すなわち、上記区間の死亡数をそれぞれ、 $D_{1w}^{(0w)}$ 、 $D_{2w}^{(1w)}$ 、 $D_{3w}^{(2w)}$ 、 $D_{4w}^{(3w)}$ 、 $D_{2m}^{(4w)}$ 、 $D_{3m}^{(2m)}$ 、 $D_{6m}^{(3m)}$ 及び $D_{1y}^{(6m)}$ とし、令和6年1月1日以降1年間の出生数を $B_{6.12}^{(6.1)}$ 、令和5年12月4日以降1年間の出生数を $B_{6.12.3}^{(5.12.4)}$ 、令和5年12月中の出生数を $B(5.12)$ などと表したときに、まず、生存率を、

$${}_{1w}p_0 = 1 - \frac{D_{1w}^{(0w)}}{\frac{1}{2}[B_{6.12.24}^{(5.12.25)} + B_{6.12}^{(6.1)}]}$$

$${}_{2w}p_0 = {}_{1w}p_0 - \frac{D_{2w}^{(1w)}}{\frac{1}{2}[B_{6.12.17}^{(5.12.18)} + B_{6.12.24}^{(5.12.25)}]}$$

$${}_{3w}p_0 = {}_{2w}p_0 - \frac{D_{3w}^{(2w)}}{\frac{1}{2}[B_{6.12.10}^{(5.12.11)} + B_{6.12.17}^{(5.12.18)}]}$$

$${}_{4w}p_0 = {}_{3w}p_0 - \frac{D_{4w}^{(3w)}}{\frac{1}{2}[B_{6.12.3}^{(5.12.4)} + B_{6.12.10}^{(5.12.11)}]}$$

$${}_{2m}p_0 = {}_{4w}p_0 - \frac{D \binom{4w}{2m}}{\frac{1}{2} [B \binom{5.11}{6.10} + B \binom{5.12.4}{6.12.3}]}$$

$${}_{3m}p_0 = {}_{2m}p_0 - \frac{D \binom{2m}{3m}}{\frac{1}{2} [B \binom{5.10}{6.9} + B \binom{5.11}{6.10}]}$$

$${}_{6m}p_0 = {}_{3m}p_0 - \frac{D \binom{3m}{6m}}{\frac{1}{2} [B \binom{5.7}{6.6} + B \binom{5.10}{6.9}]}$$

$$p_0 = {}_{6m}p_0 - \frac{D \binom{6m}{1y}}{\frac{1}{2} [B \binom{5.1}{5.12} + B \binom{5.7}{6.6}]}$$

により求めた。ただし、

$$B \binom{5.12.25}{6.12.24} = B \binom{6.1}{6.12} + \frac{7}{31} \{B(5.12) - B(6.12)\}$$

$$B \binom{5.12.18}{6.12.17} = B \binom{6.1}{6.12} + \frac{14}{31} \{B(5.12) - B(6.12)\}$$

$$B \binom{5.12.11}{6.12.10} = B \binom{6.1}{6.12} + \frac{21}{31} \{B(5.12) - B(6.12)\}$$

$$B \binom{5.12.4}{6.12.3} = B \binom{6.1}{6.12} + \frac{28}{31} \{B(5.12) - B(6.12)\}$$

と推計した。

次に、死亡率を、

$${}_{1w}q_0 = 1 - {}_{1w}p_0$$

$${}_{1w}q_{1w} = 1 - \frac{{}_{2w}p_0}{{}_{1w}p_0}$$

$${}_{1w}q_{2w} = 1 - \frac{{}_{3w}p_0}{{}_{2w}p_0}$$

$${}_{1w}q_{3w} = 1 - \frac{{}_{4w}p_0}{{}_{3w}p_0}$$

$${}_{2m-4w}q_{4w} = 1 - \frac{{}_{2m}p_0}{{}_{4w}p_0}$$

$${}_{1m}q_{2m} = 1 - \frac{{}_{3m}p_0}{{}_{2m}p_0}$$

$${}_{3m}q_{3m} = 1 - \frac{{}_{6m}p_0}{{}_{3m}p_0}$$

$${}_{1y-6m}q_{6m} = 1 - \frac{p_0}{{}_{6m}p_0}$$

により求めた。なお、0歳の死亡率は $q_0 = 1 - p_0$ により求めた。

7 1歳以上の死亡率の計算

(1) 粗死亡率の計算

x 歳の年間死亡数を中央人口で除した値を、 x 歳の中央死亡率といい、 M_x で表す。5で求めた令和6年における x 歳の中央人口を P_x 、年間死亡数を D_x とすれば、中央死亡率 M_x は、

$$M_x = \frac{D_x}{P_x} \quad (x = 1, 2, \dots, \text{男 } 106, \text{女 } 108)$$

により求められる。

ここで、生命表で中央死亡率に相当するものは、死亡数 d_x を定常人口 L_x で除したもので、

$$\frac{d_x}{L_x} = m_x \doteq M_x$$

と表されるが、この場合、死亡率は $\frac{d_x}{l_x}$ であり、

$$L_x \doteq \frac{l_x + l_{x+1}}{2} = l_x - \frac{1}{2}d_x$$

と近似すると、死亡率は変換式

$$q_x'' = \frac{M_x}{1 + \frac{1}{2}M_x} \quad (x = 1, 2, \dots, \text{男 } 106, \text{女 } 108)$$

により求められる。この近似的に求めた死亡率 q_x'' を粗死亡率という。

(2) 粗死亡率の補整

この粗死亡率 q_x'' について、グレビル (Greville, 1979) 3次9項の式による補整を行い、補整後の死亡率 q_x' を求めた。すなわち、

$$\begin{aligned} q_x' = & -0.040724q_{x-4}'' - 0.009873q_{x-3}'' + 0.118470q_{x-2}'' + 0.266557q_{x-1}'' \\ & + 0.331140q_x'' + 0.266557q_{x+1}'' + 0.118470q_{x+2}'' - 0.009873q_{x+3}'' - 0.040724q_{x+4}'' \end{aligned}$$

($x = 1, 2, \dots, \text{男 } 102, \text{女 } 104$)

ここで q_x'' ($x = 0, -1, -2, -3$) は形式的に次式により外挿した。

$$q_x'' = 1.352613q_{x+1}'' + 0.114696q_{x+2}'' - 0.287231q_{x+3}'' - 0.180078q_{x+4}''$$

(x = 0, -1, -2, -3)

男 90 歳、女 94 歳まで (q_x' の標準誤差の 2 倍が 0.001 を超えない部分) は、補整後の死亡率 q_x' を、そのまま死亡率の確定値 q_x とした。

8 高齢部分の死亡率の補整及び外挿

男 91 歳以上、女 95 歳以上の高齢部分の死亡率については、死力にゴンパーツ・メーカム (Gompertz-Makeham) 関数をあてはめることにより、更に補整及び外挿を行い、得られた死亡率を確定値とした。

すなわち、高齢部分では死力 μ_t がゴンパーツ・メーカム関数

$$\mu_t = A + Be^{C(t-x_0)}$$

に従うものとして、

$$\begin{aligned} q_x &= 1 - \exp\left(-\int_x^{x+1} \mu_t dt\right) \\ &= 1 - \exp\left[-\left\{A + \frac{B}{C}(e^C - 1)e^{C(x-x_0)}\right\}\right] \end{aligned}$$

から求まる q_x を死亡率の確定値とした。ここで、 A 、 B 及び C を次のように決定した。

(1) 7において求めた死亡率に対応する死力 μ_x' の計算

6 及び 7 で求めた死亡率 q_0 及び q_x' から得られる生存数を l_x' 、死亡数を d_x' とすると (l_x' 及び d_x' の計算方法は 9 参照)、これに対応する死力 μ_x' は

$$\mu_x' = -\frac{1}{l_x'} \cdot \frac{dl_t'}{dt} \Big|_{t=x}$$

である。ここで、男 89 歳以上、女 93 歳以上について、生存数曲線 l_x' の

$t = x$ における微分係数 $\frac{dl_t'}{dt} \Big|_{t=x}$ を、連続する 5 点 $(x-2, l_{x-2}')$ 、 $(x-1, l_{x-1}')$ 、

(x, l_x') 、 $(x+1, l_{x+1}')$ 及び $(x+2, l_{x+2}')$ を通る 4 次式

$$g_x(t) = \sum_{i=-2}^2 l_{x+i}' \left(\prod_{\substack{-2 \leq j \leq 2 \\ j \neq i}} \frac{t - (x+j)}{i-j} \right) \quad (\text{ラグランジュ (Lagrange) の補間公式})$$

を微分することにより求めた。具体的には、 $g_x(t)$ の t に関する微分計算から導かれる関係式

$$\mu'_x = \frac{8(l'_{x-1} - l'_{x+1}) - (l'_{x-2} - l'_{x+2})}{12l'_x}$$

$$\left(= \frac{1}{l'_x} \cdot \left\{ \frac{d'_{x-1} + d'_x}{2} + \frac{1}{6} \left(\frac{d'_{x-1} + d'_x}{2} - \frac{d'_{x-2} + d'_{x+1}}{2} \right) \right\} \right)$$

により死力 μ'_x を求めた。

(2) A、B 及び C の決定

A、B 及び C は、死力 μ'_x の安定性をふまえ、

$$\sum_{x=x_0}^{x_1} \frac{1}{w_x} (\mu_x - \mu'_x)^2 \quad (\text{男 } x_0 = 89, x_1 = 101 \text{ 及び女 } x_0 = 93, x_1 = 103)$$

を最小にするように決定した。ここで w_x は中央死亡率の分散

$$w_x = \frac{M_x(1 - M_x)}{P_x}$$

とした。

係数の値は、次のとおりである。

	男	女
A	0.0352558444	-0.0561119730
B	0.1041091241	0.1946350706
C	0.1331953604	0.1139110219

9 生存数 l_x 及び死亡数 ${}_n d_x$ の計算

1 歳未満の年齢区分では、6 で求めた生存率 ${}_n p_0$ を用いて、生存数 l_x 及び死亡数 ${}_n d_x$ を求めた。すなわち、 $l_0 = 100\,000$ とし、

$$\begin{aligned} l_{1w} &= l_0 \times {}_1 w p_0 & {}_1 w d_0 &= l_0 - l_{1w} \\ l_{2w} &= l_0 \times {}_2 w p_0 & {}_1 w d_{1w} &= l_{1w} - l_{2w} \\ l_{3w} &= l_0 \times {}_3 w p_0 & {}_1 w d_{2w} &= l_{2w} - l_{3w} \\ l_{4w} &= l_0 \times {}_4 w p_0 & {}_1 w d_{3w} &= l_{3w} - l_{4w} \\ l_{2m} &= l_0 \times {}_2 m p_0 & {}_{2m-4w} d_{4w} &= l_{4w} - l_{2m} \\ l_{3m} &= l_0 \times {}_3 m p_0 & {}_1 m d_{2m} &= l_{2m} - l_{3m} \\ l_{6m} &= l_0 \times {}_6 m p_0 & {}_3 m d_{3m} &= l_{3m} - l_{6m} \\ l_1 &= l_0 \times p_0 & {}_{1y-6m} d_{6m} &= l_{6m} - l_1 \\ & & d_0 &= l_0 - l_1 \end{aligned}$$

とした。また、1 歳以上では、7 及び 8 で求めた死亡率 q_x を用いて

$$l_{x+1} = l_x(1 - q_x) \quad d_x = l_x - l_{x+1}$$

により、生存数 l_x 及び死亡数 d_x を逐次求めた。すなわち、

$$\begin{aligned} l_2 &= l_1(1 - q_1) & d_1 &= l_1 - l_2 \\ l_3 &= l_2(1 - q_2) & d_2 &= l_2 - l_3 \\ &\vdots & &\vdots \\ l_{126} &= l_{125}(1 - q_{125}) & d_{125} &= l_{125} - l_{126} \end{aligned}$$

とした。

10 定常人口 ${}_nL_x$ 、 T_x 及び平均余命 ${}^{\circ}e_x$ の計算

定常人口 ${}_nL_x$ は、定義から

$${}_nL_x = \int_x^{x+n} l_t dt$$

により求められる。3歳以上については、生存数曲線 l_t の年齢区間 $[x, x+1]$ における積分値を、連続する5点 $(x-2, l_{x-2})$ 、 $(x-1, l_{x-1})$ 、 (x, l_x) 、 $(x+1, l_{x+1})$ 及び $(x+2, l_{x+2})$ を通る4次式

$$h_x(t) = \sum_{i=-2}^2 l_{x+i} \left(\prod_{\substack{-2 \leq j \leq 2 \\ j \neq i}} \frac{t - (x+j)}{i-j} \right) \quad (\text{ラグランジュ (Lagrange) の補間公式})$$

を積分することにより求めた。

具体的には、 $h_x(t)$ の t に関する積分計算から導かれる関係式

$$\begin{aligned} L_x &= \frac{11}{720} l_{x-2} - \frac{37}{360} l_{x-1} + \frac{19}{30} l_x + \frac{173}{360} l_{x+1} - \frac{19}{720} l_{x+2} \\ &= \left(\frac{l_x + l_{x+1}}{2} - \frac{1}{12} \left(\frac{l_{x+2} - l_x}{2} - \frac{l_{x+1} - l_{x-1}}{2} \right) + \frac{11}{360} \left(3l_x - 4 \cdot \frac{l_{x-1} + l_{x+1}}{2} + \frac{l_{x-2} + l_{x+2}}{2} \right) \right) \end{aligned}$$

($x = 3, 4, \dots, 124$)

により定常人口 L_x を求めた。

3歳未満についても同様に、連続する5点を通る4次式 $h_x(t)$ の、年齢区間 $[x, x+n]$ における積分計算から導かれる関係式により求めた。ただし、 ${}_1wL_0$ 及び ${}_1wL_{1w}$ の関係式の計算には、被積分関数として $h_{2w}(t)$ を用いた。また、0歳の定常人口 L_0 は、

$$L_0 = {}_1wL_0 + {}_1wL_{1w} + {}_1wL_{2w} + {}_1wL_{3w} + {}_{2m-4w}L_{4w} + {}_{1m}L_{2m} + {}_{3m}L_{3m} + {}_{1y-6m}L_{6m}$$

により求めた。

x 歳以上の定常人口 T_x は、

$$T_x = \sum_{k=x}^{124} n^{(k)} L_k \quad (x = 0, 1w, 2w, 3w, 4w, 2m, 3m, 6m, 1, 2, \dots, 124)$$

により求めた。ただし、

$$n(0) = n(1w) = n(2w) = n(3w) = 1w, \quad n(4w) = 2m - 4w,$$

$$n(2m) = 1m, \quad n(3m) = 3m, \quad n(6m) = 1y - 6m,$$
$$n(k) = 1 \quad (k = 1, 2, \dots, 124)$$

である。

また、平均余命 ${}^{\circ}e_x$ は、

$${}^{\circ}e_x = \frac{T_x}{l_x} \quad (x = 0, 1w, 2w, 3w, 4w, 2m, 3m, 6m, 1, 2, \dots, 124)$$

により求めた。

Ⅲ 特定死因を除去した場合の生命表の作成方法

作成には「Ⅱ 令和6年簡易生命表の作成方法」の「2 作成に用いた統計資料」(1)～(8)のほかに、

- (9) 令和6年男女別・年齢別・死因別死亡数（人口動態統計）－厚生労働省政策統括官（統計・情報システム管理、労使関係担当）
- (10) 令和6年男女別・月齢別・死因別乳児死亡数（人口動態統計）－厚生労働省政策統括官（統計・情報システム管理、労使関係担当）

を用いた。以下では、 x 歳以上 $x+n$ 歳未満における第 i 死因による死亡数を ${}_nD_x^i$ と表す。

通常の生命表における第 i 死因による死亡数及び死力などを ${}_nd_x^i$ 及び μ_x^i などと表し、

$$\frac{{}_nd_x^i}{{}_nd_x} \cong \frac{{}_nD_x^i}{{}_nD_x} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

と近似する。一方、第 i 死因を除去した場合の生命関数には、 $(-i)$ を通常の生命関数の右肩に付けて表すことにすると、死因は互いに独立と仮定すれば、第 i 死因以外の死因による死力は両生命表（通常の生命表と第 i 死因を除去した場合の生命表）で等しくなるから、

$$\mu_x^{(-i)} = \mu_x - \mu_x^i \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

となる。

さて、 $\frac{\mu_x^i}{\mu_x} = \gamma_s^i$ と置くと、平均値の定理により次式を満たす $s(x < s < x+n)$ が存在する。

$${}_nd_x^i = \int_x^{x+n} l_t \cdot \mu_t^i dt = \gamma_s^i \cdot {}_nd_x \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

②式を x から $x+n$ まで積分し、 $\int_x^{x+n} \mu_t^{(-i)} dt = -\log {}_np_x^{(-i)}$ に注意すると、

$$\log {}_np_x^{(-i)} = - \int_x^{x+n} (1 - \gamma_t^i) \mu_t dt$$

となり、平均値の定理により

$$- \int_x^{x+n} (1 - \gamma_t^i) \mu_t dt = (1 - \gamma_u^i) \log {}_np_x$$

となる $u(x < u < x+n)$ が存在して、

$$\log {}_np_x^{(-i)} = (1 - \gamma_u^i) \log {}_np_x$$

が成立する。

$\gamma_u^i \cong \gamma_s^i$ と考えれば、③及び①から、

$$\log {}_n p_x^{(-i)} \cong \left(1 - \frac{{}_n D_x^i}{{}_n D_x}\right) \log {}_n p_x$$

となり、したがって、

$${}_n q_x^{(-i)} \cong 1 - \exp \left\{ \left(1 - \frac{{}_n D_x^i}{{}_n D_x}\right) \log {}_n p_x \right\}$$

となる。

この死亡率を基にして通常生命表と同様な方法で第 i 死因を除去した場合の生命表を計算し、第 i 死因を除去した場合の平均余命の延びを $\overset{\circ}{e}_x^{(-i)} - \overset{\circ}{e}_x$ により求めた。

IV 死因別死亡確率の算定方法

x 歳における第 i 死因の死因別死亡確率 R_x^i は、次により計算した。

$$R_x^i = \frac{{}_\infty d_x^i}{l_x} = \frac{1}{l_x} \sum_{k=x}^{125} {}_n d_k^i = \frac{1}{l_x} \sum_{k=x}^{125} \frac{{}_n D_k^i}{{}_n D_k} {}_n d_k$$

(備考) III及びIVは Mortality Tables Analyzed by Cause of Death, T. N. E. Greville, 1948 によった。

V 死因別寄与年数の算定方法

前年及び当年の2つの生命表から、平均寿命の前年からの延びを、年齢別・死因別に分解することを考える。

死亡率の組

$$(q_0, q_1, q_2, \dots, q_{125})$$

が与えられ、生存数曲線の補間方法を決めれば、生命表は決まり、平均寿命 $\overset{\circ}{e}_0$ も求まるので、平均寿命は死亡率の組の関数とみなせる。これをいま、

$$\overset{\circ}{e}_0 = \overset{\circ}{e}_0(q_0, q_1, q_2, \dots, q_{125})$$

と書くこととする。前年及び当年の生命関数を区別するため、それぞれ右肩に *old* 及び *new* を付けて表すこととすると、平均寿命の延びは、

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{e}_0^{new} - \overset{\circ}{e}_0^{old} &= \overset{\circ}{e}_0(q_0^{new}, q_1^{new}, q_2^{new}, \dots, q_{125}^{new}) - \overset{\circ}{e}_0(q_0^{old}, q_1^{old}, q_2^{old}, \dots, q_{125}^{old}) \\ &= \left\{ \overset{\circ}{e}_0(q_0^{new}, q_1^{new}, q_2^{new}, \dots, q_{124}^{new}, q_{125}^{new}) - \overset{\circ}{e}_0(q_0^{new}, q_1^{new}, q_2^{new}, \dots, q_{124}^{new}, q_{125}^{old}) \right\} \\ &+ \left\{ \overset{\circ}{e}_0(q_0^{new}, q_1^{new}, q_2^{new}, \dots, q_{123}^{new}, q_{124}^{new}, q_{125}^{old}) - \overset{\circ}{e}_0(q_0^{new}, q_1^{new}, q_2^{new}, \dots, q_{123}^{new}, q_{124}^{old}, q_{125}^{old}) \right\} \\ &+ \dots \\ &+ \left\{ \overset{\circ}{e}_0(q_0^{new}, q_1^{old}, q_2^{old}, \dots, q_{125}^{old}) - \overset{\circ}{e}_0(q_0^{old}, q_1^{old}, q_2^{old}, \dots, q_{125}^{old}) \right\} \end{aligned}$$

と展開されるので、

$$\begin{aligned} I_{125} &= \overset{\circ}{e}_0(q_0^{new}, q_1^{new}, q_2^{new}, \dots, q_{124}^{new}, q_{125}^{new}) - \overset{\circ}{e}_0(q_0^{new}, q_1^{new}, q_2^{new}, \dots, q_{124}^{new}, q_{125}^{old}) \\ I_{124} &= \overset{\circ}{e}_0(q_0^{new}, q_1^{new}, q_2^{new}, \dots, q_{123}^{new}, q_{124}^{new}, q_{125}^{old}) - \overset{\circ}{e}_0(q_0^{new}, q_1^{new}, q_2^{new}, \dots, q_{123}^{new}, q_{124}^{old}, q_{125}^{old}) \\ &\vdots \\ I_0 &= \overset{\circ}{e}_0(q_0^{new}, q_1^{old}, q_2^{old}, \dots, q_{125}^{old}) - \overset{\circ}{e}_0(q_0^{old}, q_1^{old}, q_2^{old}, \dots, q_{125}^{old}) \end{aligned}$$

と置けば、平均寿命の延びは、

$$\overset{\circ}{e}_0^{new} - \overset{\circ}{e}_0^{old} = \sum_{x=0}^{125} I_x$$

と分解できる。ここで、前年の死亡率を適用する年齢区間は、定数倍された前年の生存数曲線で補間され、当年の死亡率を適用する年齢区間は当年の生存数曲線で補間されるものとする、

$$a_x = \frac{L_x - l_{x+1}}{d_x}$$

で定義される平均生存期間 a_x を用いて、 I_x は

$$I_x = \frac{l_x^{new}}{l_0} \left\{ \left(\overset{\circ}{e}_{x+1}^{old} + 1 - a_x^{old} \right) q_x^{old} - \left(\overset{\circ}{e}_{x+1}^{old} + 1 - a_x^{new} \right) q_x^{new} \right\}$$

と表現できる。

更に、各死因 i について、近似的に死亡率を

$$q_x^{old(i)} = \frac{D_x^{old(i)}}{D_x^{old}} q_x^{old}, \quad q_x^{new(i)} = \frac{D_x^{new(i)}}{D_x^{new}} q_x^{new}$$

と分解し、

$$I_x^i = \frac{l_x^{new}}{l_0} \left\{ \left(e_{x+1}^{old} + 1 - a_x^{old} \right) q_x^{old(i)} - \left(e_{x+1}^{new} + 1 - a_x^{new} \right) q_x^{new(i)} \right\}$$

と置くと、

$$I_x = \sum_i I_x^i$$

が成り立つ。

以上のことから、平均寿命の伸びは年齢 x × 死因 i の行列に展開可能であって、

$$e_0^{new} - e_0^{old} = \sum_{x=0}^{125} \sum_i I_x^i$$

が成り立つため、第 i 死因の寄与年数 I^i (年) を

$$I^i = \sum_{x=0}^{125} I_x^i$$

により求めた。