Ⅰ　平成22年都道府県別生命表の作成方法

生命関数の定義

1　生存率 ${}_np_x$ 、死亡率 ${}_nq_x$

ちょうどx歳に達した者が$x+n$歳に達するまで生存する確率を、x歳以上$x+n$歳未満における生存率といい、これを ${}_np_x$ で表し、$x+n$歳に達しないで死亡する確率を、x歳以上$x+n$歳未満における死亡率といい、これを ${}_nq_x$ で表す。特に ${}_1p_x$ 、 ${}_1q_x$ を、 x 歳における生存率、死亡率といい、これらをp_x、q_xで表す。

2　生存数l_x

生命表上で一定の出生者l_0人（通常 100,000 人とする）が、上記の死亡率に従って死亡減少していくと考えた場合、x歳に達するまで生きると期待される者の数を、x歳における生存数といい、これをl_xで表す。

3　死亡数 ${}_nd_x$

x歳における生存数l_x人のうち$x+n$歳に達しないで死亡すると期待される者の数を、x歳以上$x+n$歳未満における死亡数といい、これを ${}_nd_x$ で表す。特に ${}_1d_x$ を、x歳における死亡数といい、これをd_xで表す。

4　定常人口 ${}_nL_x$ 、T_x

x歳における生存数l_x人について、これらの各々がx歳から$x+n$歳に達するまでの間に生存する年数の和を、x歳以上$x+n$歳未満における定常人口といい、これを ${}_nL_x$ で表す。すなわち、常に一定の出生があって、これらの者が上記の死亡率に従って死亡すると仮定すると、一定期間経過後に一定の年齢構造を持つ人口集団が得られるが、その集団のx歳以上$x+n$歳未満の人口に相当する。特に ${}_1L_x$ を、x歳における定常人口といい、これをL_xで表す。

さらにx歳における生存数l_x人について、これらの各々がx歳以降死亡にいたるまでの間に生存する年数の和を、x歳以上の定常人口といい、これをT_xで表す。すなわち、上記の人口集団のx歳以上人口に相当する。 ${}_nL_x$ 、T_xは、

$${}_nL_x = \int_x^{x+n} l_t\,dt \text{ 、} T_x = \int_x^{\infty} l_t\,dt$$

により与えられる。

5　平均余命$\mathring{e}_x$

x歳における生存数l_x人について、これらの者がx歳以降に生存する年数の平均を、x歳における平均余命といい、これを$\mathring{e}_x$で表す。$\mathring{e}_x$は

$$\mathring{e}_x = \frac{T_x}{l_x}$$

により与えられ、特に 0 歳における平均余命$\mathring{e}_0$を、平均寿命という。

作成方法

1　作成に当たっての考え方

平成 22 年都道府県別生命表は、平成 23 年に発生した東日本大震災による影響を避けるため、国勢調査年である平成 22 年 1 年間の死亡状況を基礎として死亡率を算定し、これらのデータをもとに作成した（計算の詳しい方法は 4 で述べる）。

2　作成基礎期間

作成基礎期間は、平成 22 年 1 月 1 日から同年 12 月 31 日に至る 1 年間とした。

３　基礎資料

都道府県－東京都区部－政令指定都市別に、次の資料を用いた。

(1)　平成 21 年～22 年　性・月別出生数

(2)　平成 22 年 7 月～9 月　性・年齢別死亡数

(3)　平成 22 年　性・年齢・死因別死亡数

－人口動態統計（厚生労働省大臣官房統計情報部）－

(4)　平成 22 年 10 月 1 日現在　性・年齢別日本人人口

－平成 22 年国勢調査（総務省統計局）－

次に実際の計算に当たって、上記資料の利用区分及び後述の計算法に用いた記号を以下に示す。

乳児死亡数

死亡時の日・月齢	乳児死亡数	第i死因乳児死亡数
4　週　未　満	$D\binom{0}{4w}$	$D^i\binom{0}{4w}$
4 週以上 2 か月未満	$D\binom{4w}{2m}$	$D^i\binom{4w}{2m}$
2 か月以上 3 か月未満	$D\binom{2m}{3m}$	$D^i\binom{2m}{3m}$
3 か月以上 6 か月未満	$D\binom{3m}{6m}$	$D^i\binom{3m}{6m}$
6 か月以上 1 年未満	$D\binom{6m}{1y}$	$D^i\binom{6m}{1y}$

乳児死亡数は平成 22 年の値

出生数

出生期間	出生数
平成 22 年 1 月 ～ 12 月	$B\binom{22.1}{22.12}$
平成 21 年 12 月 4 日～平成 22 年 12 月 3 日	$B\binom{21.12.4}{22.12.3}$
平成 21 年 11 月 ～ 平成 22 年 10 月	$B\binom{21.11}{22.10}$
平成 21 年 10 月 ～ 平成 22 年 9 月	$B\binom{21.10}{22.9}$
平成 21 年 7 月 ～ 平成 22 年 6 月	$B\binom{21.7}{22.6}$
平成 21 年 1 月 ～ 12 月	$B\binom{21.1}{21.12}$
平成 22 年 12 月	$B(22.12)$
平成 21 年 12 月	$B(21.12)$

人口及び死亡数

年齢階級	人口（平成 22 年 10 月 1 日）		死亡数		
	年齢階級別人口	各年齢階級の始年齢人口	平成 22 年 7 月～9 月における年齢階級別死亡数	平成 22 年における年齢階級別死亡数	平成 22 年における年齢階別第i死因死亡数
1 歳	$\overset{*}{P}_1$		$\overset{*}{D}_1$	D_1	D_1^i
2	$\overset{*}{P}_2$		$\overset{*}{D}_2$	D_2	D_2^i
3	$\overset{*}{P}_3$		$\overset{*}{D}_3$	D_3	D_3^i
4	$\overset{*}{P}_4$		$\overset{*}{D}_4$	D_4	D_4^i
5～9	${}_5\overset{*}{P}_5$	$\overset{*}{P}_5$	${}_5\overset{*}{D}_5$	${}_5D_5$	${}_5D_5^i$
10～14	${}_5\overset{*}{P}_{10}$	$\overset{*}{P}_{10}$	${}_5\overset{*}{D}_{10}$	${}_5D_{10}$	${}_5D_{10}^i$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
x~$x+4$	${}_5\overset{*}{P}_x$	$\overset{*}{P}_x$	${}_5\overset{*}{D}_x$	${}_5D_x$	${}_5D_x^i$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
95～99	${}_5\overset{*}{P}_{95}$	$\overset{*}{P}_{95}$	${}_5\overset{*}{D}_{95}$	${}_5D_{95}$	${}_5D_{95}^i$
100～104	${}_5\overset{*}{P}_{100}$	$\overset{*}{P}_{100}$	${}_5\overset{*}{D}_{100}$	${}_5D_{100}$	${}_5D_{100}^i$
105～109	${}_5\overset{*}{P}_{105}$	$\overset{*}{P}_{105}$	${}_5\overset{*}{D}_{105}$	${}_5D_{105}$	${}_5D_{105}^i$
110～115	―	$\overset{*}{P}_{110}$	${}_5\overset{*}{D}_{110}$	―	―

（注）この基礎資料には、年齢や住所地が不詳のデータが存在しているので、以下に述べる方法で不詳按分し、補正を行った。４以下で述べる生命表の計算には、補正したデータを用いた。

① 人口の補正

人口の国籍・年齢不詳分は、都道府県－東京都区部－政令指定都市ごとに、既知の年齢別人口に比例させて按分した。

② 死亡数の補正

死亡数には、年齢のみ不詳、住所地のみ不詳並びに年齢及び住所地ともに不詳という３つの不詳パターンが存在する。これらの不詳死亡数を、次の順序で按分した。ただし、以下の按分は死因ごとに行い、その後全死因について足し上げた。

（ⅰ） 年齢のみ不詳

年齢・住所地ともに既知の死亡数をもとに、都道府県－東京都区部－政令指定都市ごとに年齢別死亡数に比例させて按分して加えた。

（ⅱ） 住所地のみ不詳

（ⅰ)の結果をもとに、年齢ごとに都道府県別死亡数に比例させて按分して加えた。

（ⅲ） 年齢及び住所地ともに不詳

（ⅱ)の結果をもとに、年齢別都道府県別死亡数に比例させて按分して加えた。

４ 生命関数の算出方法

３の基礎資料から、種々の近似、補間、補整及び外挿を行って、各歳別死亡率を算定し、これをもとにして生存数、死亡数、定常人口及び平均余命等の生命関数を計算した。ただし、1歳未満は区分を細かくして計算した。

(1) １歳未満の死亡率 ${}_nq_x$ の計算

1歳未満の死亡率は、4週未満、4週以上2か月未満、2か月以上3か月未満、3か月以上6か月未満、6か月以上1年未満の年齢区分に従って算定した。

まず、1歳未満における生存率 ${}_np_0$ を、次の式により求めた。

$$ {}_{4w}p_0 = 1 - \frac{D\binom{0}{4w}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{21.12.4}{22.12.3} + B\binom{22.1}{22.12}\right\}} $$

$$ {}_{2m}p_0 = {}_{4w}p_0 - \frac{D\binom{4w}{2m}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{21.11}{22.10} + B\binom{21.12.4}{22.12.3}\right\}} $$

$$ {}_{3m}p_0 = {}_{2m}p_0 - \frac{D\binom{2m}{3m}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{21.10}{22.9} + B\binom{21.11}{22.10}\right\}} $$

$$ {}_{6m}p_0 = {}_{3m}p_0 - \frac{D\binom{3m}{6m}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{21.7}{22.6} + B\binom{21.10}{22.9}\right\}} $$

$$ p_0 = {}_{6m}p_0 - \frac{D\binom{6m}{1y}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{21.1}{21.12} + B\binom{21.7}{22.6}\right\}} $$

ただし、$B\binom{21.12.4}{22.12.3}$は月別の出生数から、

$$B\binom{21.12.4}{22.12.3} = B\binom{22.1}{22.12} + \frac{28}{31}\left(B(21.12) - B(22.12)\right)$$

と推計した。

これより死亡率 ${}_{n}q_{x}$ を、

$$
\begin{aligned}
{}_{4w}q_0 &= 1 - {}_{4w}p_0 \\
{}_{2m-4w}q_{4w} &= 1 - \frac{{}_{2m}p_0}{{}_{4w}p_0} \\
{}_{1m}q_{2m} &= 1 - \frac{{}_{3m}p_0}{{}_{2m}p_0} \\
{}_{3m}q_{3m} &= 1 - \frac{{}_{6m}p_0}{{}_{3m}p_0} \\
{}_{1y-6m}q_{6m} &= 1 - \frac{p_0}{{}_{6m}p_0} \\
q_0 &= 1 - p_0
\end{aligned}
$$

により求めた。

(2) 中央人口の推計

作成基礎期間の中央に当たる平成 22 年 7 月 1 日現在の人口を中央人口という。年齢階級別の人口及び死亡数から、x歳の中央人口P_x及びx歳以上$x+5$歳未満の中央人口 ${}_{5}P_x$ を、

$$P_x = \frac{3}{4}\overset{*}{P}_x + \frac{1}{4}\overset{*}{P}_{x+1} + \frac{7}{8}\overset{*}{D}_x + \frac{1}{8}\overset{*}{D}_{x+1} \qquad (x = 1,2,3)$$

$$P_4 = \frac{3}{4}\overset{*}{P}_4 + \frac{1}{4}\overset{*}{P}_5 + \frac{7}{8}\overset{*}{D}_4 + \frac{1}{40}\ {}_{5}\overset{*}{D}_5$$

$${}_{5}P_x = {}_{5}\overset{*}{P}_x + \frac{1}{4}\left(\overset{*}{P}_{x+5} - \overset{*}{P}_x\right) + \frac{39}{40}\ {}_{5}\overset{*}{D}_x + \frac{1}{40}\ {}_{5}\overset{*}{D}_{x+5} \quad (x = 5,10,\cdots,\text{男 }100,\text{女 }105)$$

により求めた。

(3) １歳以上の死亡率 ${}_{n}\tilde{q}_x$ の算定

まず、1 歳以上の中央死亡率 ${}_{n}m_x$ を次式により求めた。

$$m_x = \frac{D_x}{P_x} \qquad (x = 1,2,3,4)$$

$${}_{5}m_x = \frac{{}_{5}D_x}{{}_{5}P_x} \qquad (x = 5,10,\cdots,\text{男 }100,\text{女 }105)$$

これから、死亡率 ${}_{n}\tilde{q}_x$ を

$$\tilde{q}_x = \frac{m_x}{1 + \frac{1}{2}m_x} \qquad (x = 1,2,3,4)$$

$${}_{5}\tilde{q}_x = \frac{{}_{5}m_x}{\frac{1}{5} + \frac{1}{2}\ {}_{5}m_x} \qquad (x = 5,10,\cdots,35)$$

$${}_{5}\tilde{q}_x = \frac{{}_{5}m_x}{\frac{1}{5} + \frac{1}{2}\ {}_{5}m_x + \frac{5}{12}\left\{ {}_{5}m_x^2 - \frac{1}{10}\left({}_{5}m_{x+5} - {}_{5}m_{x-5}\right)\right\}}$$

$$(x = 40,45,\cdots,\text{男 }95,\text{女 }100)$$

により求めた。

(4) １歳以上の死亡率の補間

(3)で得られた死亡率 ${}_{n}\tilde{q}_x$ をもとに、1～4 歳、5～14 歳、男 15～89 歳、女 15～94 歳、男 90 歳以上、女 95 歳以上の、４つの年齢区間に分けて、それぞれ次のような方法で各歳別の死亡率$\tilde{q}_x$へと補間または外挿した。なお、計算の途中で死亡率が 0 を下回るまたは 1 を上回ることになった場合は、その都度値を 0 または 1 に修正した。

（ｉ） 1～4 歳の場合

1～4 歳の各歳別死亡率$\tilde{q}_x$は、「0 歳からx歳まで生存する割合 ${}_x\tilde{p}_0$ は、$x \leqq 10$において Weibull 分布の分布関数で近似される」と仮定して補間した。すなわち、パラメータθ、cを用いて、

$$ {}_x\tilde{p}_0 = \exp\left\{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^c\right\} \qquad （x \leqq 10 \text{ かつ} \theta, c > 0） $$

で表されるものとして、パラメータ値を決定することを考えた。

このとき、

$$ \log\left(-\log {}_x\tilde{p}_0\right) = \log\left(\frac{x}{\theta}\right)^c $$
$$ = c\log x - c\log\theta $$

であるから、点$\left(\log x, \log\left(-\log {}_x\tilde{p}_0\right)\right)$のプロットは直線で近似されることとなる。そこで、$x = 1,10$に対する２点

$$ \left(0, \log\left(-\log {}_1\tilde{p}_0\right)\right)、\left(\log 10, \log\left(-\log {}_{10}\tilde{p}_0\right)\right) $$

を通る直線を求めることで、パラメータ値を決定した。

容易に

$$ c = \frac{\log\left(-\log {}_{10}\tilde{p}_0\right) - \log\left(-\log {}_1\tilde{p}_0\right)}{\log 10}、c\log\theta = -\log\left(-\log {}_1\tilde{p}_0\right) $$

であることが分かるので、これに

$$ {}_1\tilde{p}_0 = \tilde{p}_0 $$
$$ {}_{10}\tilde{p}_0 = \tilde{p}_0(1-\tilde{q}_1)(1-\tilde{q}_2)(1-\tilde{q}_3)(1-\tilde{q}_4)\left(1-{}_5\tilde{q}_5\right) $$

を代入することで、c、$c\log\theta$の値を決定した。

これからあらためて死亡率を、

$$ {}_n\tilde{q}_x = 1 - \frac{{}_{x+n}\tilde{p}_0}{{}_x\tilde{p}_0} = 1 - \exp\left\{\frac{x^c - (x+n)^c}{e^{c\log\theta}}\right\} \qquad （x = 1,2,3,4,5） $$

により算出した。

（ⅱ） 5～14 歳の場合

死力の定義

$$ \mu_x = -\frac{1}{l_x}\cdot\frac{dl_t}{dt}\bigg|_{t=x} = -\frac{d(\log l_t)}{dt}\bigg|_{t=x} $$

から、一般に死力と死亡率の間には

$$ \int_x^{x+n} \mu_t\,dt = -\log\left(1 - {}_nq_x\right) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots（＊） $$

なる関係式が成り立つ。

ここで、右辺の式にこれまで算出した死亡率 ${}_n\tilde{q}_x$ を代入したものを ${}_n\Psi_x$ とおく。すなわち、

$$ {}_n\Psi_x = -\log\left(1 - {}_n\tilde{q}_x\right) $$

であって、${}_4\Psi_1$ 、${}_5\Psi_5$ 、${}_5\Psi_{10}$、⋯、${}_5\Psi_{20}$については具体的な値が求められる。

5～14 歳の各歳別死亡率$\tilde{q}_x$は、$5 \leqq x < 15$における死力μ_xが、xの 4 次多項式

$$ f_5(x) = a_5(x-5)^4 + b_5(x-5)^3 + c_5(x-5)^2 + d_5(x-5) + e_5 $$

で表されるものとして、補間法で計算した。

具体的には、関係式（＊）に従って、連続する 5 個の ${}_n\Psi_x$ に関する条件

$$ \int_1^5 f_5(t)\,dt = {}_4\Psi_1 、\int_5^{10} f_5(t)\,dt = {}_5\Psi_5 、\int_{10}^{15} f_5(t)\,dt = {}_5\Psi_{10}、 $$
$$ \int_{15}^{20} f_5(t)\,dt = {}_5\Psi_{15}、\int_{20}^{25} f_5(t)\,dt = {}_5\Psi_{20} $$

を、a_5、b_5、c_5、d_5、e_5に関する連立一次方程式として解くと、

$$ a_5 = \frac{5}{229824}\,{}_4\Psi_1 - \frac{1769}{28728000}\,{}_5\Psi_5 + \frac{829}{9576000}\,{}_5\Psi_{10} - \frac{77}{1368000}\,{}_5\Psi_{15} + \frac{1}{72000}\,{}_5\Psi_{20} $$

$$b_5 = -\frac{25}{28728}\ {}_4\Psi_1 + \frac{39437}{17955000}\ {}_5\Psi_5 - \frac{15937}{5985000}\ {}_5\Psi_{10} + \frac{1241}{855000}\ {}_5\Psi_{15} - \frac{13}{45000}\ {}_5\Psi_{20}$$
$$c_5 = \frac{125}{10944}\ {}_4\Psi_1 - \frac{6109}{273600}\ {}_5\Psi_5 + \frac{8869}{456000}\ {}_5\Psi_{10} - \frac{3443}{456000}\ {}_5\Psi_{15} + \frac{31}{24000}\ {}_5\Psi_{20}$$
$$d_5 = -\frac{3125}{57456}\ {}_4\Psi_1 + \frac{10709}{287280}\ {}_5\Psi_5 + \frac{6499}{478800}\ {}_5\Psi_{10} - \frac{127}{13680}\ {}_5\Psi_{15} + \frac{7}{3600}\ {}_5\Psi_{20}$$
$$e_5 = \frac{625}{9576}\ {}_4\Psi_1 + \frac{2221}{9576}\ {}_5\Psi_5 - \frac{1973}{15960}\ {}_5\Psi_{10} + \frac{109}{2280}\ {}_5\Psi_{15} - \frac{1}{120}\ {}_5\Psi_{20}$$

なる解を得るので、

$$\int_5^6 f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(249375\ {}_4\Psi_1 + 1458345\ {}_5\Psi_5 - 664335\ {}_5\Psi_{10} + 245385\ {}_5\Psi_{15} - 41895\ {}_5\Psi_{20}\right)$$
$$\int_6^7 f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(43125\ {}_4\Psi_1 + 1457979\ {}_5\Psi_5 - 402957\ {}_5\Psi_{10} + 127827\ {}_5\Psi_{15} - 20349\ {}_5\Psi_{20}\right)$$
$$\int_7^8 f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(-69375\ {}_4\Psi_1 + 1297599\ {}_5\Psi_5 - 36657\ {}_5\Psi_{10} - 12033\ {}_5\Psi_{15} + 3591\ {}_5\Psi_{20}\right)$$
$$\int_8^9 f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(-113125\ {}_4\Psi_1 + 1038389\ {}_5\Psi_5 + 363813\ {}_5\Psi_{10} - 138243\ {}_5\Psi_{15} + 23541\ {}_5\Psi_{20}\right)$$
$$\int_9^{10} f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(-110000\ {}_4\Psi_1 + 732688\ {}_5\Psi_5 + 740136\ {}_5\Psi_{10} - 222936\ {}_5\Psi_{15} + 35112\ {}_5\Psi_{20}\right)$$
$$\int_{10}^{11} f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(-78750\ {}_4\Psi_1 + 423990\ {}_5\Psi_5 + 1046430\ {}_5\Psi_{10} - 246330\ {}_5\Psi_{15} + 35910\ {}_5\Psi_{20}\right)$$
$$\int_{11}^{12} f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(-35000\ {}_4\Psi_1 + 146944\ {}_5\Psi_5 + 1249248\ {}_5\Psi_{10} - 196728\ {}_5\Psi_{15} + 25536\ {}_5\Psi_{20}\right)$$
$$\int_{12}^{13} f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(8750\ {}_4\Psi_1 - 72646\ {}_5\Psi_5 + 1327578\ {}_5\Psi_{10} - 70518\ {}_5\Psi_{15} + 5586\ {}_5\Psi_{20}\right)$$
$$\int_{13}^{14} f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(43125\ {}_4\Psi_1 - 217821\ {}_5\Psi_5 + 1272843\ {}_5\Psi_{10} + 127827\ {}_5\Psi_{15} - 20349\ {}_5\Psi_{20}\right)$$
$$\int_{14}^{15} f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(61875\ {}_4\Psi_1 - 280467\ {}_5\Psi_5 + 1088901\ {}_5\Psi_{10} + 385749\ {}_5\Psi_{15} - 46683\ {}_5\Psi_{20}\right)$$

となる。

こうして得られた積分値をもとに、あらためて死亡率$\tilde{q}_x$を、関係式（＊）から、

$$\tilde{q}_x = 1 - \exp\left(-\int_x^{x+1} \tilde{\mu}_t\,dt\right) = 1 - \exp\left(-\int_x^{x+1} f_5(t)\,dt\right) \qquad (x = 5,6,\cdots,14)$$

により算出した。

（ⅲ） 男 15～89 歳、女 15～94 歳の場合

男 15～89 歳､女 15～94 歳の各歳別死亡率$\tilde{q}_x$は､5 の倍数s（$s = 15,20,\cdots$, 男 85, 女 90）を取り、$s \leqq x < s+5$における死力$\tilde{\mu}_x$が、xの 4 次多項式

$$f_s(x) = a_s(x-s)^4 + b_s(x-s)^3 + c_s(x-s)^2 + d_s(x-s) + e_s$$

で表されるものとして、補間法で計算した。

具体的には(ⅱ)と同様に、これまで算出した死亡率 ${}_n\tilde{q}_x$ を代入した ${}_n\Psi_x$ を定義し、関係式（＊）に従って、連続する 5 個の ${}_n\Psi_x$ に関する条件

$$\int_{s-10}^{s-5} f_s(t)\,dt = {}_5\Psi_{s-10}、\int_{s-5}^{s} f_s(t)\,dt = {}_5\Psi_{s-5}、\int_{s}^{s+5} f_s(t)\,dt = {}_5\Psi_{s}、$$
$$\int_{s+5}^{s+10} f_s(t)\,dt = {}_5\Psi_{s+5}、\int_{s+10}^{s+15} f_s(t)\,dt = {}_5\Psi_{s+10}$$

を、a_s、b_s、c_s、d_s、e_sに関する連立一次方程式として解くと、

$$a_s = \frac{1}{75000}\ {}_5\Psi_{s-10} - \frac{1}{18750}\ {}_5\Psi_{s-5} + \frac{1}{12500}\ {}_5\Psi_s - \frac{1}{18750}\ {}_5\Psi_{s+5} + \frac{1}{75000}\ {}_5\Psi_{s+10}$$
$$b_s = -\frac{1}{3750}\ {}_5\Psi_{s-10} + \frac{1}{1250}\ {}_5\Psi_{s-5} - \frac{1}{1250}\ {}_5\Psi_s + \frac{1}{3750}\ {}_5\Psi_{s+5}$$
$$c_s = \frac{1}{1000}\ {}_5\Psi_{s-10} + \frac{1}{500}\ {}_5\Psi_{s-5} - \frac{1}{125}\ {}_5\Psi_s + \frac{3}{500}\ {}_5\Psi_{s+5} - \frac{1}{1000}\ {}_5\Psi_{s+10}$$
$$d_s = \frac{1}{300}\ {}_5\Psi_{s-10} - \frac{1}{20}\ {}_5\Psi_{s-5} + \frac{1}{20}\ {}_5\Psi_s - \frac{1}{300}\ {}_5\Psi_{s+5}$$
$$e_s = -\frac{1}{100}\ {}_5\Psi_{s-10} + \frac{9}{100}\ {}_5\Psi_{s-5} + \frac{47}{300}\ {}_5\Psi_s - \frac{13}{300}\ {}_5\Psi_{s+5} + \frac{1}{150}\ {}_5\Psi_{s+10}$$

なる解を得るので、

$$\int_{s}^{s+1} f_s(t)\,dt = \frac{1}{15625}\left(-126\,{}_5\Psi_{s-10} + 1029\,{}_5\Psi_{s-5} + 2794\,{}_5\Psi_{s} - 671\,{}_5\Psi_{s+5} + 99\,{}_5\Psi_{s+10}\right)$$
$$\int_{s+1}^{s+2} f_s(t)\,dt = \frac{1}{15625}\left(-56\,{}_5\Psi_{s-10} + 349\,{}_5\Psi_{s-5} + 3289\,{}_5\Psi_{s} - 526\,{}_5\Psi_{s+5} + 69\,{}_5\Psi_{s+10}\right)$$
$$\int_{s+2}^{s+3} f_s(t)\,dt = \frac{1}{15625}\left(14\,{}_5\Psi_{s-10} - 181\,{}_5\Psi_{s-5} + 3459\,{}_5\Psi_{s} - 181\,{}_5\Psi_{s+5} + 14\,{}_5\Psi_{s+10}\right)$$
$$\int_{s+3}^{s+4} f_s(t)\,dt = \frac{1}{15625}\left(69\,{}_5\Psi_{s-10} - 526\,{}_5\Psi_{s-5} + 3289\,{}_5\Psi_{s} + 349\,{}_5\Psi_{s+5} - 56\,{}_5\Psi_{s+10}\right)$$
$$\int_{s+4}^{s+5} f_s(t)\,dt = \frac{1}{15625}\left(99\,{}_5\Psi_{s-10} - 671\,{}_5\Psi_{s-5} + 2794\,{}_5\Psi_{s} + 1029\,{}_5\Psi_{s+5} - 126\,{}_5\Psi_{s+10}\right)$$

となる。

こうして得られた積分値をもとに、あらためて死亡率$\tilde{q}_x$を、関係式（＊）から、

$$\tilde{q}_x = 1 - \exp\left(-\int_{x}^{x+1} \tilde{\mu}_t\,dt\right) = 1 - \exp\left(-\int_{x}^{x+1} f_s(t)\,dt\right)$$

$$(x = s, s+1, s+2, s+3, s+4)$$

により算出した。

(iv)　男 90 歳以上、女 95 歳以上の場合

男 90 歳以上、女 95 歳以上の各歳別死亡率$\tilde{q}_x$は、男 85 歳以上、女 90 歳以上の死力$\tilde{\mu}_x$がGompertz-Makeham 関数

$$\tilde{\mu}_x = A + BC^x$$

で表されるものとして、補間、外挿した。

具体的には、(3) で算出した死亡率 ${}_n\tilde{q}_x$ を代入した ${}_n\Psi_x$ を定義し、関係式（＊）に従って、連続する 3 個の ${}_n\Psi_x$ に関する条件

$$男\ \int_{85}^{90}(A+BC^t)\,dt = {}_5\Psi_{85}、\int_{90}^{95}(A+BC^t)\,dt = {}_5\Psi_{90}、\int_{95}^{100}(A+BC^t)\,dt = {}_5\Psi_{95}$$
$$女\ \int_{90}^{95}(A+BC^t)\,dt = {}_5\Psi_{90}、\int_{95}^{100}(A+BC^t)\,dt = {}_5\Psi_{95}、\int_{100}^{105}(A+BC^t)\,dt = {}_5\Psi_{100}$$

を、A、B、Cについて解くと、まず、

$$男\quad C^5 = \frac{{}_5\Psi_{95} - {}_5\Psi_{90}}{{}_5\Psi_{90} - {}_5\Psi_{85}} \qquad \therefore C = \sqrt[5]{\frac{{}_5\Psi_{95} - {}_5\Psi_{90}}{{}_5\Psi_{90} - {}_5\Psi_{85}}}$$
$$女\quad C^5 = \frac{{}_5\Psi_{100} - {}_5\Psi_{95}}{{}_5\Psi_{95} - {}_5\Psi_{90}} \qquad \therefore C = \sqrt[5]{\frac{{}_5\Psi_{100} - {}_5\Psi_{95}}{{}_5\Psi_{95} - {}_5\Psi_{90}}}$$

が分かり、これから、

$$男\quad A = \frac{1}{5}\left\{{}_5\Psi_{90} - \frac{1}{C^5-1}\left({}_5\Psi_{95} - {}_5\Psi_{90}\right)\right\}、B = \frac{\log C}{C^{90}(C^5-1)^2}\left({}_5\Psi_{95} - {}_5\Psi_{90}\right)$$
$$女\quad A = \frac{1}{5}\left\{{}_5\Psi_{95} - \frac{1}{C^5-1}\left({}_5\Psi_{100} - {}_5\Psi_{95}\right)\right\}、B = \frac{\log C}{C^{95}(C^5-1)^2}\left({}_5\Psi_{100} - {}_5\Psi_{95}\right)$$

なる解を得るので、

$$男\int_{x}^{x+1}(A+BC^t)\,dt = \frac{1}{5}\left\{{}_5\Psi_{90} - \frac{1}{C^5-1}\left({}_5\Psi_{95} - {}_5\Psi_{90}\right)\right\} + \frac{C-1}{(C^5-1)^2}C^{x-90}\left({}_5\Psi_{95} - {}_5\Psi_{90}\right)$$
$$女\int_{x}^{x+1}(A+BC^t)\,dt = \frac{1}{5}\left\{{}_5\Psi_{95} - \frac{1}{C^5-1}\left({}_5\Psi_{100} - {}_5\Psi_{95}\right)\right\} + \frac{C-1}{(C^5-1)^2}C^{x-95}\left({}_5\Psi_{100} - {}_5\Psi_{95}\right)$$

となる。

こうして得られた積分値をもとに、各歳別死亡率$\tilde{q}_x$を、関係式（＊）から、

$$\tilde{q}_x = 1 - \exp\left(-\int_{x}^{x+1} \tilde{\mu}_t\,dt\right) = 1 - \exp\left(-\int_{x}^{x+1} (A+BC^t)\,dt\right)$$

（男$x = 90, 91, \cdots, 133$、女$x = 95, 96, \cdots, 133$）

により算出した。

(5)　死亡率の補整

(4)で得られた各歳別死亡率$\tilde{q}_x$について、Greville の 3 次 9 項の式による補整を行い、補整後の各歳別死亡率q_xを求めた。すなわち、

$$q_x = -0.040724\tilde{q}_{x-4} - 0.009873\tilde{q}_{x-3} + 0.118470\tilde{q}_{x-2} + 0.266557\tilde{q}_{x-1} + 0.331140\tilde{q}_x$$
$$+0.266557\tilde{q}_{x+1} + 0.118470\tilde{q}_{x+2} - 0.009873\tilde{q}_{x+3} - 0.040724\tilde{q}_{x+4}$$
$$(x = 1,2,\cdots,129)$$

ここで$\tilde{q}_x$（$x = 0,-1,-2,-3$）は形式的に次式により外挿した。

$$\tilde{q}_x = 1.352613\tilde{q}_{x+1} + 0.114696\tilde{q}_{x+2} - 0.287231\tilde{q}_{x+3} - 0.180078\tilde{q}_{x+4}$$
$$(x = 0,-1,-2,-3)$$

(6)　生存数l_x及び死亡数${}_nd_x$の計算

$l_0 = 100{,}000$とし、1 歳未満では

$$l_{4w} = l_0 \times {}_{4w}p_0 \qquad {}_{4w}d_0 = l_0 - l_{4w}$$
$$l_{2m} = l_0 \times {}_{2m}p_0 \qquad {}_{2m-4w}d_{4w} = l_{4w} - l_{2m}$$
$$l_{3m} = l_0 \times {}_{3m}p_0 \qquad {}_{1m}d_{2m} = l_{2m} - l_{3m}$$
$$l_{6m} = l_0 \times {}_{6m}p_0 \qquad {}_{3m}d_{3m} = l_{3m} - l_{6m}$$
$$l_1 = l_0 \times p_0 \qquad {}_{1y-6m}d_{6m} = l_{6m} - l_1$$
$$d_0 = l_0 - l_1$$

また、1 歳以上については

$$l_{x+1} = l_x \times (1 - q_x) \qquad d_x = l_x - l_{x+1} \qquad (x = 1,2,3,\cdots,129)$$

により求めた。

(7)　定常人口${}_nL_x$及びT_xの計算

定常人口${}_nL_x$は、

$${}_nL_x = \frac{n}{2}(l_x + l_{x+n}) \qquad (x = 0,4w,2m,3m,6m,1,2,\cdots,129)$$

ただし、

$$L_0 = {}_{4w}L_0 + {}_{2m-4w}L_{4w} + {}_{1m}L_{2m} + {}_{3m}L_{3m} + {}_{1y-6m}L_{6m}$$

により求めた。

また定常人口T_xは、

$$T_x = \sum_{t=x}^{129} {}_nL_t$$

により求めた。

(8)　平均余命$\mathring{e}_x$の計算

平均余命$\mathring{e}_x$は

$$\mathring{e}_x = \frac{T_x}{l_x}$$

により求めた。