第１章　生命表の概念

Concept of life tables

生命表は、一定期間における、ある人口集団についての死亡秩序を、死亡率、平均余命等の生命関数を用いて表現したものである。

我が国では、明治２４～３１年の死亡状況に基づいて第１回生命表が明治３５年に作成されて以来、今回は第２１回目にあたり、平成２１、２２年人口動態統計及び平成２２年国勢調査結果に基づく日本人人口を基礎資料として作成した。

〔生命表諸関数の定義〕

１．生存率 ${}_np_x$、死亡率 ${}_nq_x$

ちょうど x 歳に達したものが $x+n$ 歳に達するまで生存する確率（生存率）を ${}_np_x$ で表し、$x+n$ 歳までに死亡する確率（死亡率）を ${}_nq_x$ で表す。特に ${}_1p_x$、${}_1q_x$ を x 歳の生存率、死亡率といい、p_x、q_x で表す。

２．生存数 l_x

一定の出生数（通常100,000人とする）について、これらの出生者が、前述の死亡率に従って死亡減少していくと考えた場合、x 歳に達するまで生き残ると期待されるものの数を x 歳における生存数といい、l_x で表す。

３．死亡数 ${}_nd_x$

x 歳における生存数 l_x 人のうち、$x+n$ 歳に達しないで死亡する者の数を ${}_nd_x$ で表す。特に ${}_1d_x$ を x 歳における死亡数といい、d_x で表す。

４．定常人口 ${}_nL_x$ 及び T_x

死亡秩序が不変であり、出生数も常に一定（100,000）とすると、ある期間経過の後、その人口集団の年齢別構成は一定の型に収束していく。この型の人口を定常人口といい、x 歳以上 $x+n$ 歳未満の定常人口を ${}_nL_x$、x 歳以上の定常人口を T_x で表す。特に ${}_1L_x$ を x 歳における定常人口といい、L_x で表す。

これらの定常人口 ${}_nL_x$、T_x は

$$ {}_nL_x = \int_x^{x+n} l_t\,dt \text{、} \quad T_x = \int_x^{\infty} l_t\,dt $$

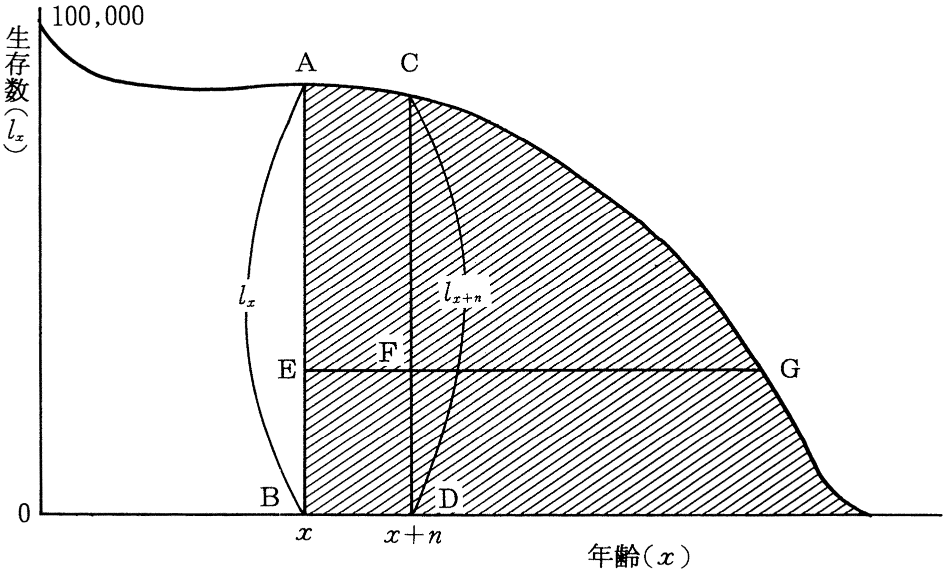
により与えられる。

〔参考〕

上記の仮定の下で、x 歳における生存数 l_x は図のような経過をたどるとしよう。

x 歳における生存数 l_x は漸次減少しながら、n 年後には l_{x+n} となる。図の $ABDC$ の部分の面積は、x ～ $x+n$ 歳の間における生存延人員を表しており、${}_nL_x$ に相当する。斜線部分の面積は x 歳以降における生存延人員を表しており、T_x に相当する。

見方を変えて長寿の順に生存者をならべたとすれば、E 点における人は x ～ $x+n$ 歳の期間においては EF 年生存し、x 歳以降では EG 年生存することを示している。この生存年数 EF 及び EG を x 歳における生存者について合算すると、x ～ $x+n$ 歳の期間における生存延年数及び x 歳における総生存延年数になる。これが、${}_nL_x$ 及び T_x に相当する。



5．平均余命 $\mathring{e}_x$

x 歳に達したものが、その後生存できると期待される年数を x 歳の平均余命といい、$\mathring{e}_x$ で表す。x 歳の平均余命は

$$\mathring{e}_x = \frac{T_x}{l_x}$$

により与えられる。これは上図の斜線部分を l_x で割ったものであり、EG の平均値である。

特に０歳の平均余命を平均寿命という。

6．死力 μ_x

死亡率 q_x は、x 歳から１年だけ経過する間の生存数 l_x の減少率であり、

$$q_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}$$

により定義される。しかし、一般的にいって l_x は時々刻々変化するものであるから、これは x 歳から x +1 歳までの期間の平均の減少率に過ぎない。

しかしながら、生命表の作成においては x 歳における瞬間の死亡率に相当するものが必要となる。それを死力と呼び、μ_x で表す。死力は、x 歳における l_x の減少率であるから、生存数曲線上に x 歳における接線を引き、l_x が x 歳以降その接線に沿って減少していったとした場合の l_x の減少率となる。

生存数曲線の x 歳における接線の傾きは $\left.\frac{dl_t}{dt}\right|_{t=x}$ （負値）であるから、１年あたりの減少分は $\left.-\frac{dl_t}{dt}\right|_{t=x}$ となる。従って q_x の定義式の分子の部分をこれに置き換えることにより μ_x の定義式

$$\mu_x = -\frac{1}{l_x} \cdot \left.\frac{dl_t}{dt}\right|_{t=x}$$

を得る。

両辺を０から x まで積分すると

$$\int_0^x \mu_t \, dt = -\ln \frac{l_x}{l_0}$$

となり、

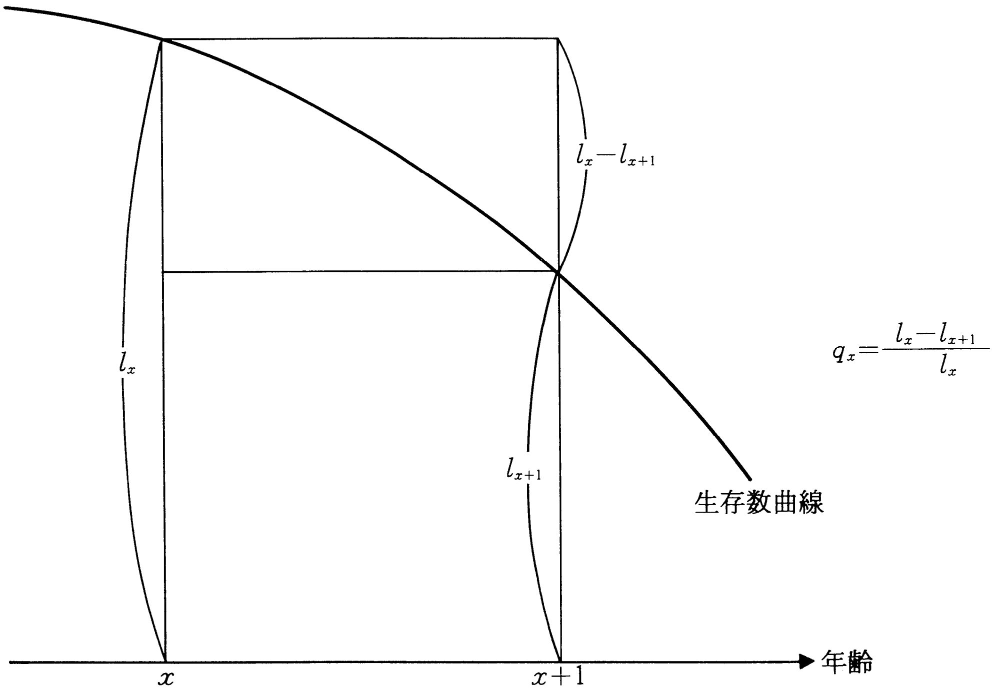
$$l_x = l_0 \exp\left[-\int_0^x \mu_t\, dt\right]$$

を得る。従って

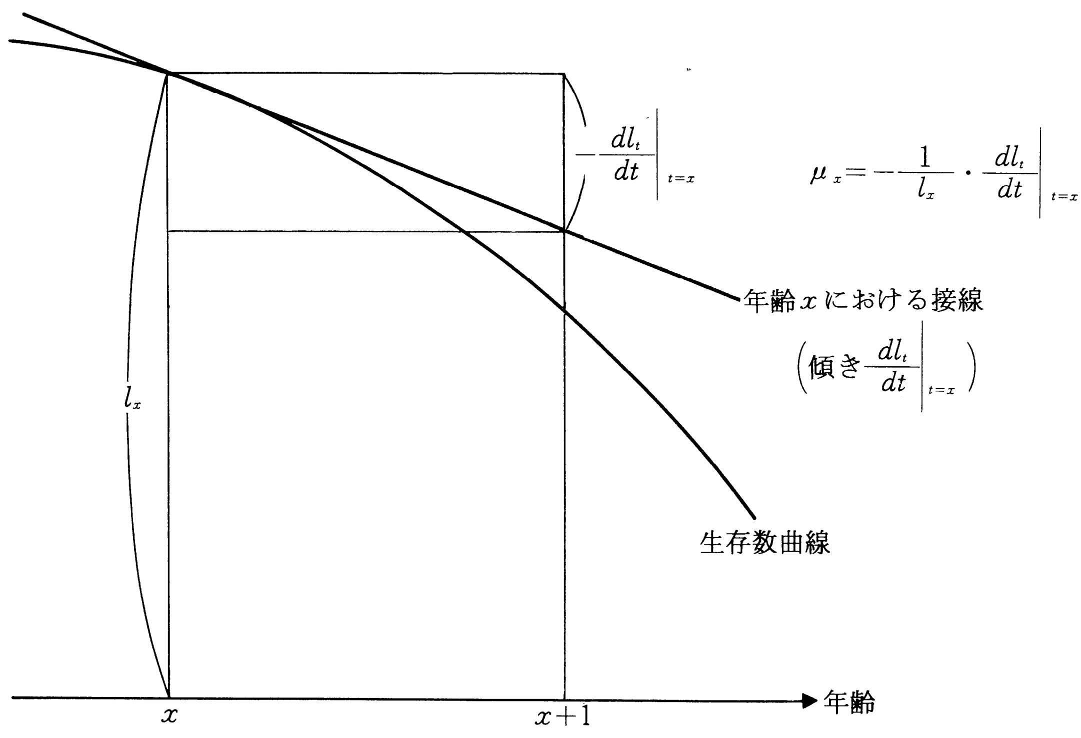
$$q_x = 1 - \exp\left[-\int_x^{x+1} \mu_t\, dt\right]$$

という関係が成り立つ。

死亡率 q_x の概念



死力 μ_x の概念



第２章　第21回生命表の作成方法

Method for constructing the 21st life tables

１. 作成に用いた基礎資料

第２１回生命表の作成に用いた基礎資料は次のとおりである。

（1）平成２２年，性・生年・年齢・月別死亡数；
厚生労働省大臣官房統計情報部

（2）平成２２年，性・日（月）齢別乳児死亡数；
厚生労働省大臣官房統計情報部

（3）平成２１年及び２２年，　性・月別出生数；
厚生労働省大臣官房統計情報部

（4）平成２２年１０月１日現在，　性・年齢・出生の月別日本人人口；
総務省統計局

２. 基礎資料の補正

死亡者数、出生児数及び人口につき補正を行った。

（1）２０１０年（平成２２年）死亡者数の届出遅れの補正

基礎資料の死亡者数は、２０１０年に死亡し、同年及び翌年１月迄に届け出られたものであるので、それ以降に遅れて届け出られるものを推定し、これを加えて２０１０年中の死亡者数を補正した。

補正率 r は、

$D(a)$ ： a 年の死亡者で、翌年１月迄に届け出られたもの

$d(a,p)$ ： a 年の死亡者で遅れて p 年に届け出られたもの

として

$$r = 1 + \frac{d(2009,2010)}{D(2009)} + \frac{d(2008,2010)}{D(2008)} + \frac{d(2007,2010)}{D(2007)} + \cdots + \frac{d(2002,2010)}{D(2002)} + \alpha$$

とした。ここで α は９年以上遅れて届け出られるものの率であるが、これについては、２年遅れから８年遅れ迄のデータを用い指数曲線をあてはめた。

	男	女
届出遅れの補正率	1.0013548531	1.0004346505

（2）２００９年、２０１０年出生児数の届出遅れの補正

死亡者数と同様の方法により補正を行った。

	男	女
届出遅れの補正率	1.0004487515	1.0004554832

（3）２０１０年１０月１日現在日本人人口

２０１０年１０月１日現在日本人人口については、年齢不詳人口を各年齢の出生の月別に按分した。

３．１歳未満の死亡率の計算

平成２２年１年間の乳児死亡について

$D\begin{pmatrix}0w\\1w\end{pmatrix}$ ：日齢７日未満の死亡者数

$D\begin{pmatrix}1w\\2w\end{pmatrix}$ ：日齢７日以上、１４日未満の死亡者数

$D\begin{pmatrix}2w\\3w\end{pmatrix}$ ：日齢１４日以上、２１日未満の死亡者数

$D\begin{pmatrix}3w\\4w\end{pmatrix}$ ：日齢２１日以上、２８日未満の死亡者数

$D\begin{pmatrix}4w\\2m\end{pmatrix}$ ：日齢２８日以上、月齢２月未満の死亡者数

$D\begin{pmatrix}2m\\3m\end{pmatrix}$ ：月齢２月以上、３月未満の死亡者数

$D\begin{pmatrix}3m\\6m\end{pmatrix}$ ：月齢３月以上、６月未満の死亡者数

$D\begin{pmatrix}6m\\1y\end{pmatrix}$ ：月齢６月以上、１年未満の死亡者数

とし、出生児数については、２００９年１２月２５日から２０１０年１２月２４日までの出生児数を $B\begin{pmatrix}'09.12.25\\'10.12.24\end{pmatrix}$ 、２０１０年1月１日から同年１２月３１日までの出生児数を $B\begin{pmatrix}'10.1\\'10.12\end{pmatrix}$ とし、以下、１年間の出生児数を同じように表すと、出生により各日齢、月齢に達するまでの生存する確率は

$${}_{1w}p_0 = 1 - \frac{D\begin{pmatrix}0w\\1w\end{pmatrix}}{\frac{1}{2}\left\{B\begin{pmatrix}'09.12.25\\'10.12.24\end{pmatrix}+B\begin{pmatrix}'10.1\\'10.12\end{pmatrix}\right\}}$$

$${}_{2w}p_0 = {}_{1w}p_0 - \frac{D\begin{pmatrix}1w\\2w\end{pmatrix}}{\frac{1}{2}\left\{B\begin{pmatrix}'09.12.18\\'10.12.17\end{pmatrix}+B\begin{pmatrix}'09.12.25\\'10.12.24\end{pmatrix}\right\}}$$

$${}_{3w}p_0 = {}_{2w}p_0 - \frac{D\begin{pmatrix}2w\\3w\end{pmatrix}}{\frac{1}{2}\left\{B\begin{pmatrix}'09.12.11\\'10.12.10\end{pmatrix}+B\begin{pmatrix}'09.12.18\\'10.12.17\end{pmatrix}\right\}}$$

$${}_{4w}p_0 = {}_{3w}p_0 - \frac{D\begin{pmatrix}3w\\4w\end{pmatrix}}{\frac{1}{2}\left\{B\begin{pmatrix}'09.12.4\\'10.12.3\end{pmatrix}+B\begin{pmatrix}'09.12.11\\'10.12.10\end{pmatrix}\right\}}$$

$$ {}_{2m}p_0 = {}_{4w}p_0 - \frac{D\begin{pmatrix} 4w \\ 2m \end{pmatrix}}{\frac{1}{2}\left\{ B\begin{pmatrix} '09.11 \\ '10.10 \end{pmatrix} + B\begin{pmatrix} '09.12.\ 4 \\ '10.12.\ 3 \end{pmatrix} \right\}} $$

$$ {}_{3m}p_0 = {}_{2m}p_0 - \frac{D\begin{pmatrix} 2m \\ 3m \end{pmatrix}}{\frac{1}{2}\left\{ B\begin{pmatrix} '09.10 \\ '10.\ 9 \end{pmatrix} + B\begin{pmatrix} '09.11 \\ '10.10 \end{pmatrix} \right\}} $$

$$ {}_{6m}p_0 = {}_{3m}p_0 - \frac{D\begin{pmatrix} 3m \\ 6m \end{pmatrix}}{\frac{1}{2}\left\{ B\begin{pmatrix} '09.\ 7 \\ '10.\ 6 \end{pmatrix} + B\begin{pmatrix} '09.10 \\ '10.\ 9 \end{pmatrix} \right\}} $$

$$ p_0 = {}_{6m}p_0 - \frac{D\begin{pmatrix} 6m \\ 1y \end{pmatrix}}{\frac{1}{2}\left\{ B\begin{pmatrix} '09.\ 1 \\ '09.12 \end{pmatrix} + B\begin{pmatrix} '09.\ 7 \\ '10.\ 6 \end{pmatrix} \right\}} $$

により求められる。ただし、

$$ B\begin{pmatrix} '09.12.25 \\ '10.12.24 \end{pmatrix} = B\begin{pmatrix} '10.\ 1 \\ '10.12 \end{pmatrix} + \frac{7}{31}\left\{ B('09.12) - B('10.12) \right\} $$

$$ B\begin{pmatrix} '09.12.18 \\ '10.12.17 \end{pmatrix} = B\begin{pmatrix} '10.\ 1 \\ '10.12 \end{pmatrix} + \frac{14}{31}\left\{ B('09.12) - B('10.12) \right\} $$

$$ B\begin{pmatrix} '09.12.11 \\ '10.12.10 \end{pmatrix} = B\begin{pmatrix} '10.\ 1 \\ '10.12 \end{pmatrix} + \frac{21}{31}\left\{ B('09.12) - B('10.12) \right\} $$

$$ B\begin{pmatrix} '09.12.\ 4 \\ '10.12.\ 3 \end{pmatrix} = B\begin{pmatrix} '10.\ 1 \\ '10.12 \end{pmatrix} + \frac{28}{31}\left\{ B('09.12) - B('10.12) \right\} $$

を用いた。

ここで$B('09.12)$及び$B('10.12)$はそれぞれ２００９年１２月及び２０１０年１２月中の出生児数を表す。

これより生存率、死亡率を

$$ {}_{1w}p_0 = {}_{1w}p_0 \qquad {}_{1w}q_0 = 1 - {}_{1w}p_0 $$

$$ {}_{1w}p_{1w} = {}_{2w}p_0 / {}_{1w}p_0 \qquad {}_{1w}q_{1w} = 1 - {}_{1w}p_{1w} $$

$$ \cdots \qquad \cdots $$

$$ {}_{1y-6m}p_{6m} = p_0 / {}_{6m}p_0 \qquad {}_{1y-6m}q_{6m} = 1 - {}_{1y-6m}p_{6m} $$

$$ q_0 = 1 - p_0 $$

により求めた。

４．１歳以上の粗死亡率の計算

次の図により説明する。

図のように横軸に時間、縦軸に年齢をとる。線分 XY を横切る生命線（各個人の出生点と死亡点とを結んだもの）の数を $N(XY)$ で表すと粗死亡率 q'_x（男：x=1，2，…，107/女：x=1，2，…，108）は、

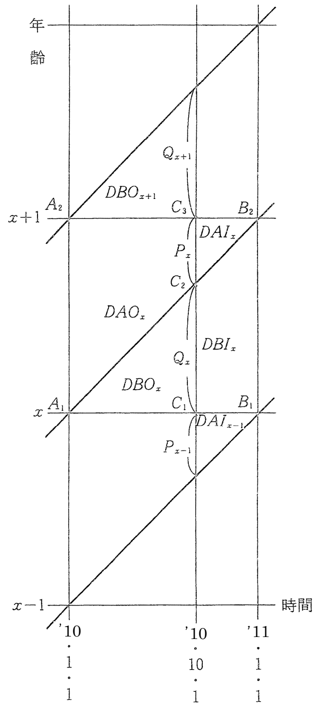
$$q'_x = 1 - \frac{N(B_1B_2)}{N(A_1B_1)} \cdot \frac{N(A_2B_2)}{N(A_1A_2)}$$

により求められる。

$N(C_1C_2)$、$N(C_2C_3)$ は、２０１０年（平成２２年）１０月１日現在の日本人の人口であるから、国勢調査の結果得られたものを用い、それぞれ Q_x、P_x で表し□$A_2A_1C_2C_3$ 内の死亡点の数を DAO_x、△$C_3C_2B_2$ 内の死亡点の数を DAI_x、△$C_2A_1C_1$ 内の死亡点の数を DBO_x、□$C_2C_1B_1B_2$ 内の死亡点の数を DBI_x とすると、各線分を通る生命線の数は、

$$N(A_1B_1) = P_{x-1} + Q_x + DBO_x - DAI_{x-1}$$
$$N(B_1B_2) = P_{x-1} + Q_x - DAI_{x-1} - DBI_x$$
$$N(A_1A_2) = P_x + Q_{x+1} + DAO_x + DBO_{x+1}$$
$$N(A_2B_2) = P_x + Q_{x+1} - DAI_x + DBO_{x+1}$$

となる。



５．死亡率の補整、延長

前項の方法により求めた粗死亡率について、１歳以上はGreville (1979)の３次９項の式による補整を行い、死亡率 q_x を求めた。すなわち、

$$q_x = -0.040724q'_{x-4} - 0.009873q'_{x-3} + 0.118470q'_{x-2} + 0.266557q'_{x-1} + 0.331140q'_x + 0.266557q'_{x+1} + 0.118470q'_{x+2} - 0.009873q'_{x+3} - 0.040724q'_{x+4}$$

（男：x=1，2，…，103/女：x=1，2，…，104）

ここで $q'_x(x=0, -1, -2, -3)$ は形式的に次式により外挿される。

$$q'_x = 1.352613q'_{x+1} + 0.114696q'_{x+2} - 0.287231q'_{x+3} - 0.180078q'_{x+4}$$

$(x = 0, -1, -2, -3)$

ただし、高齢者部分については、死力をGompertz - Makeham関数にあてはめることにより、男は90歳から、女は95歳から、さらに死亡率の補整及び延長を行った。

死力 μ_x をGompertz - Makeham関数にあてはめると、

$$\mu_x = \alpha + \beta e^{\gamma x}$$

により表され、このとき死亡率 q_x は

$$q_x = 1 - \exp\left[-\int_x^{x+1} \mu_t \, dt \right]$$
$$= 1 - \exp\left[-\int_x^{x+1} \left(\alpha + \beta e^{\gamma t} \right) dt \right]$$
$$= 1 - \exp\left[-\left\{ \alpha + \frac{\beta}{\gamma} \left(e^{\gamma} - 1 \right) e^{\gamma x} \right\} \right]$$

により算出されることとなる。

そこで、粗死亡率についてGrevilleの３次９項の式による補整を行った後の死亡率を用いて、６と同様の方法により粗生存数l'_x及び粗死力μ'_xを求め（（２）のただし書きを除く）、このμ'_xに対して

$$\sum_{x=x_0}^{x_1} \left(A + B e^{C(x-x_0)} - \mu'_x \right)^2 \qquad (x_0 \text{：男85、女90} / x_1 \text{：男102、女103})$$

を最小にするような係数A、B、Cを求めた。この係数A、B、Cを用いて、男90歳以上、女95歳以上の死亡率q_xを

$$q_x = 1 - \exp\left[-\left\{ A + \frac{B}{C} \left(e^{C} - 1 \right) e^{C(x-x_0)} \right\} \right]$$

により求めた。係数の値は以下の通りである。

	男	女
A	−0.0414838808	−0.0993124048
B	0.1381658313	0.1973474820
C	0.0814684011	0.0774604252

６．生命表諸関数値の計算

（１）生存数l_x、死亡数${}_nd_x$

$$l_0 = 100{,}000$$

とし、１歳未満では

$l_{1w} = l_0 \times {}_{1w}p_0$　　${}_{1w}d_0 = l_0 - l_{1w}$

$l_{2w} = l_{1w} \times {}_{1w}p_{1w}$　　${}_{1w}d_{1w} = l_{1w} - l_{2w}$

…　　…

$l_{6m} = l_{3m} \times {}_{3m}p_{3m}$　　${}_{3m}d_{3m} = l_{3m} - l_{6m}$

$l_1 = l_{6m} \times {}_{1y-6m}p_{6m}$　　${}_{1y-6m}d_{6m} = l_{6m} - l_1$

$d_0 = l_0 - l_1$

により求め、１歳以上については、

$$p_x = 1 - q_x$$

とし、

$l_{x+1} = l_x \times p_x$　　$d_x = l_x - l_{x+1}$

により、逐次l_x及びd_xを求めた。すなわち、

$l_2 = l_1 \times p_1$　　$d_1 = l_1 - l_2$

…　　…

$l_{131} = l_{130} \times p_{130}$　　$d_{130} = l_{130} - l_{131}$

（２）死力 μ_x

死力は

$$\mu_x = -\frac{1}{l_x}\cdot\left.\frac{dl_t}{dt}\right|_{t=x}$$

により定義される。

生存数曲線 l_t の $t=x$ における微分係数は、l_t に４次式をあてはめて求めた。４次式は、その点および前後２点ずつの５点を通るものとした。日齢０日、７日については、日齢１４日と同じ式を用いた。

３歳以上の μ_x は、５点

$$\left(x-2,\, l_{x-2}\right)、\left(x-1,\, l_{x-1}\right)、\left(x,\, l_x\right)、\left(x+1,\, l_{x+1}\right)、\left(x+2,\, l_{x+2}\right)$$

を通る４次式

$$g_x(t) = \sum_{i=-2}^{2} l_{x+i}\left(\prod_{\substack{-2\leq j\leq 2\\ j\neq i}}\frac{t-(x+j)}{i-j}\right) \qquad \text{（Lagrangeの補間公式）}$$

の $t=x$ における微分係数を代入した関係式

$$\mu_x = \frac{8\left(l_{x-1}-l_{x+1}\right)-\left(l_{x-2}-l_{x+2}\right)}{12\,l_x}$$

$$\left(=\frac{1}{l_x}\left\{\frac{d_{x-1}+d_x}{2}+\frac{1}{6}\left(\frac{d_{x-1}+d_x}{2}-\frac{d_{x-2}+d_{x+1}}{2}\right)\right\}\right)$$

により求めた。３歳未満についても同様に求められる。

ただし、Gompertz - Makeham関数をあてはめて補整及び延長した部分（男 90 歳以上、女 95 歳以上）については、

$$\mu_x = A + B\,e^{C(x-x_0)}$$

により求めた。

（３）定常人口 ${}_nL_x$、T_x 及び平均余命 $\mathring{e}_x$

定常人口 ${}_nL_x$ は

$${}_nL_x = \int_x^{x+n} l_t\,dt$$

により定義される。

生存数曲線 l_t の区間 $[x,\, x+n]$ 上の積分値は、前記の４次式を用いて求めた。３歳以上の L_x は、関係式

$$L_x = \frac{l_x+l_{x+1}}{2}+\frac{1}{12}\left(\frac{l_x+l_{x+1}}{2}-\frac{l_{x-1}+l_{x+2}}{2}\right)+\frac{11}{360}\left(3\,l_x-4\cdot\frac{l_{x-1}+l_{x+1}}{2}+\frac{l_{x-2}+l_{x+2}}{2}\right)$$

$$= \frac{11}{720}l_{x-2}-\frac{37}{360}l_{x-1}+\frac{19}{30}l_x+\frac{173}{360}l_{x+1}-\frac{19}{720}l_{x+2}$$

により求めた。３歳未満についても同様に求められる。

また、

$$T_x = \sum_{t=x}^{129} {}_nL_t$$

により求めた。

また、平均余命 $\mathring{e}_x$ は

$$\mathring{e}_x = \frac{T_x}{l_x}$$

により求めた。

７．計算桁数について

（１）今回の生命表の計算は１６桁の浮動小数点演算を行った。
（２）L_x の計算は１２９歳まで行ったが、発表する生命表の上限年齢は、生存数 l_x が０.５以上となる年齢にとどめた。
（３）発表した数値は四捨五入した数値である。