第１章　生命表の概念

Concept of life tables

生命表は、一定期間における、ある人口集団についての死亡秩序を、死亡率、平均余命等の生命関数を用いて表現したものである。

我が国では、明治 24～31 年の死亡状況に基づいて第１回生命表が明治 35 年に作成されて以来、今回は第 23 回目にあたり、令和元 、２ 年人口動態統計及び令和 ２ 年国勢調査結果に基づく日本人人口を基礎資料として作成した。

〔生命表諸関数の定義〕

生存数　l_x　：生命表上で一定の出生者 l_0 人（完全生命表では100 000人）が、下記の死亡率に従って死亡減少していくと考えた場合、x 歳に達するまで生きると期待される者の数を x 歳における生存数といい、これを l_x で表す。

死亡数　${}_nd_x$　：x 歳における生存数 l_x のうち $x+n$ 歳に達しないで死亡すると期待される者の数を x 歳以上 $x+n$ 歳未満における死亡数といい、これを ${}_nd_x$ で表す。特に ${}_1d_x$ を x 歳における死亡数といい、これを d_x で表す。

生存率　${}_np_x$　：ちょうど x 歳に達した者が $x+n$ 歳に達するまで生存する確率を x 歳以上 $x+n$ 歳未満における生存率といい、これを ${}_np_x$ で表す。特に ${}_1p_x$ を x 歳の生存率といい、これを p_x で表す。

死亡率　${}_nq_x$　：ちょうど x 歳に達した者が $x+n$ 歳に達しないで死亡する確率を x 歳以上 $x+n$ 歳未満における死亡率といい、これを ${}_nq_x$ で表す。特に ${}_1q_x$ を x 歳の死亡率といい、これを q_x で表す。

定常人口　${}_nL_x$ 及び T_x　：x 歳における生存数 l_x について、これらの者が x 歳から $x+n$ 歳に達するまでの間に生存すると期待される年数の和を x 歳以上 $x+n$ 歳未満における定常人口といい、これを ${}_nL_x$ で表す。即ち、常に一定の出生があって、これらの者が上記の死亡率に従って死亡すると仮定すると、一定期間経過後、一定の年齢構造をもつ人口集団が得られるが、その集団の x 歳以上 $x+n$ 歳未満の人口に相当する。特に ${}_1L_x$ を x 歳における定常人口といい、これを L_x で表す。更に x 歳における生存数 l_x について、これらの者が x 歳以後死亡に至るまでの間に生存すると期待される年数の和を x 歳以上の定常人口といい、これを T_x で表す。即ち、上記の人口集団の x 歳以上の人口に相当する。
${}_nL_x$ 及び T_x は

$${}_nL_x = \int_x^{x+n} l_t\,dt \quad , \qquad T_x = \int_x^{\infty} l_t\,dt$$

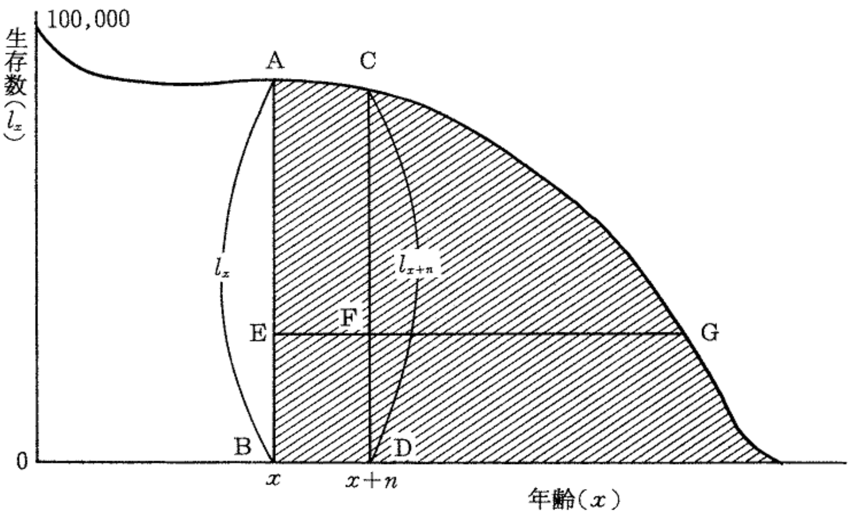
により与えられる。

〔参考〕

上記の仮定の下で、 x 歳における生存数 l_x は図のような経過をたどるとしよう。

x 歳における生存数 l_x は漸次減少しながら、n 年後には l_{x+n} となる。図の ABDC の部分の面積は、x ～$x+n$ 歳の間における生存延人員を表しており、${}_nL_x$ に相当する。斜線部分の面積は x 歳以降における生存延人員を表しており、T_x に相当する。

見方を変えて長寿の順に生存者をならべたとすれば、E 点における人は x ～$x+n$ 歳の期間においては EF 年生存し、x 歳以降では EG 年生存することを示している。この生存年数 EF 及び EG を x 歳における生存者について合算すると、x ～$x+n$ 歳の期間における生存延年数及び x 歳における総生存延年数になる。これが、${}_nL_x$ 及び T_x に相当する。



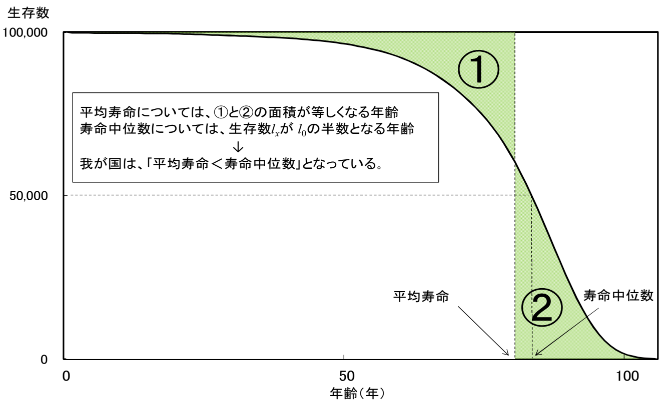
平均余命　$\mathring{e}_x$　: x 歳における生存数 l_x について、これらの者が x 歳以降に生存すると期待される年数の平均を x 歳における平均余命といい、これを $\mathring{e}_x$ で表す。x 歳の平均余命は次式により与
えられる。

$$\mathring{e}_x = \frac{T_x}{l_x}$$

平均寿命　$\mathring{e}_0$　: ０歳における平均余命 $\mathring{e}_0$ を平均寿命という。

寿命中位数　: 生命表上で、出生者のうちちょうど半数が生存し、半数が死亡すると期待される年数を寿命中位数という。これは次式を満たす α として与えられる。

$$l_\alpha = \frac{l_0}{2}$$



死力　μ_x

：死亡率 q_x は、x 歳から１年だけ経過する間の生存数 l_x の減少率であり、

$$q_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}$$

により定義される。しかし、一般的にいって l_x は時々刻々変化するものであるから、これは x 歳から $x+1$ 歳までの期間の平均の減少率に過ぎない。

しかしながら、生命表の作成においては x 歳における瞬間の死亡率に相当するものが必要となる。それを死力と呼び、μ_x で表す。死力は、x 歳における l_x の減少率であるから、生存数曲線上に x 歳における接線を引き、l_x が x 歳以降その接線に沿って減少していったとした場合の l_x の減少率となる。

生存数曲線の x 歳における接線の傾きは $\left.\frac{dl_t}{dt}\right|_{t=x}$ （負値）であるから、１年あたりの減少分は $-\left.\frac{dl_t}{dt}\right|_{t=x}$ となる。したがって、q_x の定義式の分子の部分をこれに置き換えることにより μ_x の定義式

$$\mu_x = -\frac{1}{l_x}\left.\frac{dl_t}{dt}\right|_{t=x}$$

を得る。この両辺を 0 から x まで積分すると

$$\int_0^x \mu_t dt = -\ln\frac{l_x}{l_0}$$

となり、

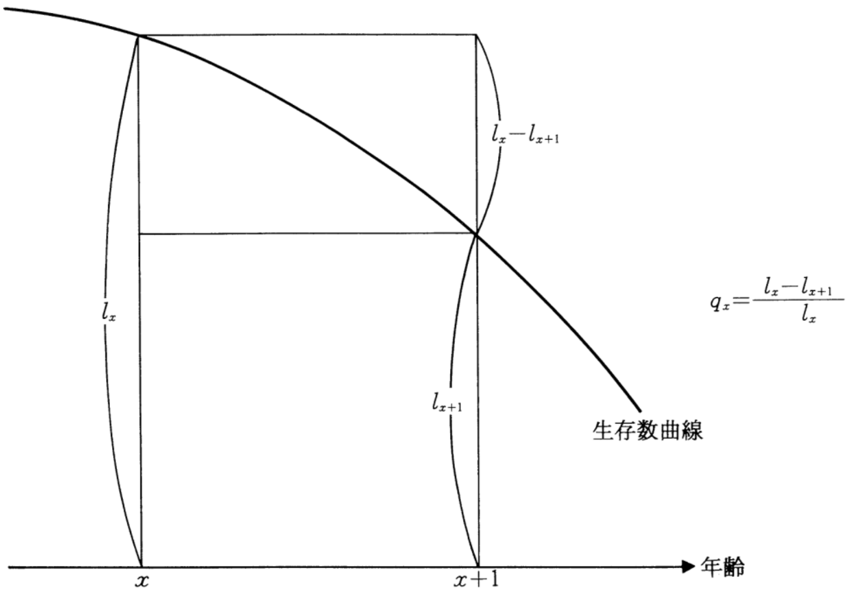
$$l_x = l_0 \exp\left[-\int_0^x \mu_t dt\right]$$

を得る。したがって

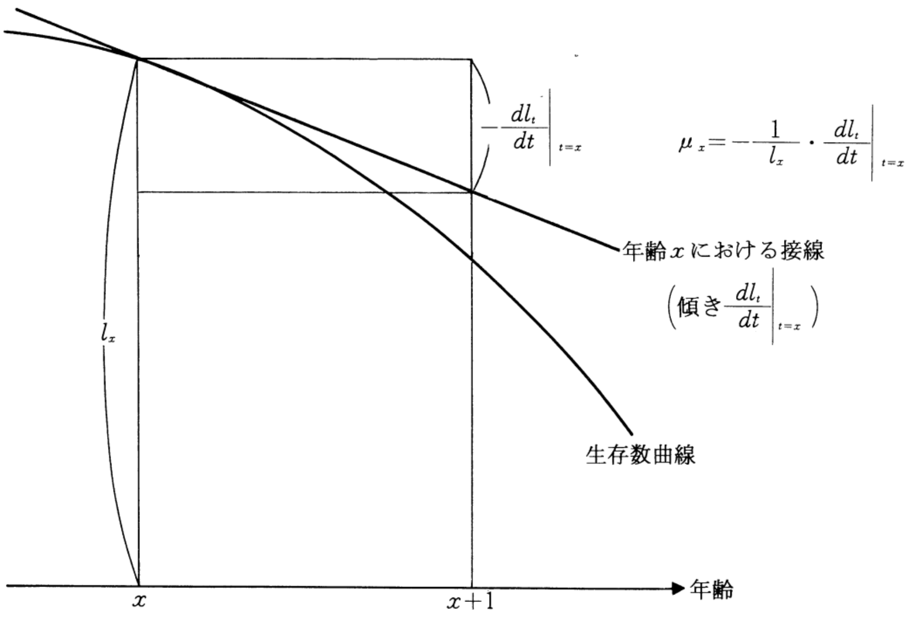
$$q_x = 1 - \exp\left[-\int_x^{x+1} \mu_t dt\right]$$

という関係が成り立つ。

死亡率 q_x の概念



死力 μ_xの概念



第２章　第 23 回生命表の作成方法

Method for constructing the 23nd life tables

１．作成に用いた基礎資料

第 23 回生命表の作成に用いた基礎資料は次のとおりである。

（１）令和２年、 性・生年・年齢・月別死亡数：
厚生労働省政策統括官（統計･情報政策担当）

（２）令和２年、 性・日（月）齢別乳児死亡数：
厚生労働省政策統括官（統計･情報政策担当）

（３）令和元年及び２年、性・月別出生数：
厚生労働省政策統括官（統計･情報政策担当）

（４）令和２年 10 月 1 日現在、性・年齢・出生の月別日本人人口：
総務省統計局

（５）令和２年 10 月 1 日現在、性・年齢別不詳補完日本人人口：
総務省統計局

２．基礎資料の補正

死亡数、出生数及び人口につき補正を行った。

（１）2020 年（令和２年）死亡数の届出遅れの補正

基礎資料の死亡数は、2020 年に死亡し、同年及び翌年１月迄に届け出られたものであるので、それ以降に遅れて届け出られるものを推定し、これを加えて 2020 年中の死亡数を補正した。

補正率 r は、

$D(a)$：a 年の死亡数で、翌年１月迄に届け出られたもの

$d(a,p)$：a 年の死亡数で、遅れて p 年に届け出られたもの

として、

$$r=1+\frac{d(2019,2020)}{D(2019)}+\frac{d(2018,2020)}{D(2018)}+\frac{d(2017,2020)}{D(2017)}+\cdots+\frac{d(2012,2020)}{D(2012)}+\alpha$$

とした。ここで α は９年以上遅れて届け出られるものの率であるが、これについては、２年遅れから８年遅れ迄のデータを用い指数曲線をあてはめた。

	男	女
r	1.0017267802	1.0004432660

（２）2019 年、2020 年出生数の届出遅れの補正

死亡数と同様の方法により補正を行った。

	男	女
r	1.0004715643	1.0004899498

（３）2020 年 10 月１日現在日本人人口

2020 年 10 月１日現在日本人人口については、年齢・国籍不詳を按分した不詳補完日本人人口を各年齢の出生の月別に按分した。

３．１歳未満の死亡率の計算

令和２年１年間の乳児死亡について

$D\binom{0w}{1w}$：日齢７日未満の死亡数

$D\binom{1w}{2w}$：日齢７日以上、14 日未満の死亡数

$D\binom{2w}{3w}$：日齢 14 日以上、21 日未満の死亡数

$D\binom{3w}{4w}$：日齢 21 日以上、28 日未満の死亡数

$D\binom{4w}{2m}$：日齢 28 日以上、月齢２月未満の死亡数

$D\binom{2m}{3m}$：月齢２月以上、３月未満の死亡数

$D\binom{3m}{6m}$：月齢３月以上、６月未満の死亡数

$D\binom{6m}{1y}$：月齢６月以上、１年未満の死亡数

とし、出生数については、2019 年 12 月 25 日から 2020 年 12 月 24 日までの出生数を$B\binom{'19.12.25}{'20.12.24}$、2020 年１月１日から同年 12 月 31 日までの出生数を$B\binom{'20.1}{'20.12}$とし、以下、１年間の出生数を同じように表すと、出生により各日齢、月齢に達するまでの生存する確率は

$$ {}_{1w}p_0 = 1 - \frac{D\binom{0w}{1w}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'19.12.25}{'20.12.24} + B\binom{'20.1}{'20.12}\right\}} $$

$$ {}_{2w}p_0 = {}_{1w}p_0 - \frac{D\binom{1w}{2w}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'19.12.18}{'20.12.17} + B\binom{'19.12.25}{'20.12.24}\right\}} $$

$$ {}_{3w}p_0 = {}_{2w}p_0 - \frac{D\binom{2w}{3w}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'19.12.11}{'20.12.10} + B\binom{'19.12.18}{'20.12.17}\right\}} $$

$$ {}_{4w}p_0 = {}_{3w}p_0 - \frac{D\binom{3w}{4w}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'19.12.4}{'20.12.3} + B\binom{'19.12.11}{'20.12.10}\right\}} $$

$$ {}_{2m}p_0 = {}_{4w}p_0 - \frac{D\binom{4w}{2m}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'19.11}{'20.10} + B\binom{'19.12.4}{'20.12.3}\right\}} $$

$$ {}_{3m}p_0 = {}_{2m}p_0 - \frac{D\binom{2m}{3m}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'19.10}{'20.9} + B\binom{'19.11}{'20.10}\right\}} $$

$$ {}_{6m}p_0 = {}_{3m}p_0 - \frac{D\binom{3m}{6m}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'19.7}{'20.6} + B\binom{'19.10}{'20.9}\right\}} $$

$$ p_0 = {}_{6m}p_0 - \frac{D\binom{6m}{1y}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'19.1}{'19.12} + B\binom{'19.7}{'20.6}\right\}} $$

により求められる。ただし、

$$ B\binom{'19.12.25}{'20.12.24} = B\binom{'20.1}{'20.12} + \frac{7}{31}\{B('19.12) - B('20.12)\} $$

$$ B\binom{'19.12.18}{'20.12.17} = B\binom{'20.1}{'20.12} + \frac{14}{31}\{B('19.12) - B('20.12)\} $$

$$ B\binom{'19.12.11}{'20.12.10} = B\binom{'20.1}{'20.12} + \frac{21}{31}\{B('19.12) - B('20.12)\} $$

$$ B\binom{'19.12.4}{'20.12.3} = B\binom{'20.1}{'20.12} + \frac{28}{31}\{B('19.12) - B('20.12)\} $$

を用いた。ここで、$B('19.12)$及び $B('20.12)$は、それぞれ 2019 年 12 月及び 2020 年 12 月中の出生数を表す。

これより生存率、死亡率を

$$ {}_{1w}p_0 = {}_{1w}p_0 \qquad {}_{1w}q_0 = 1 - {}_{1w}p_0 $$

$$ {}_{1w}p_{1w} = {}_{2w}p_0 / {}_{1w}p_0 \qquad {}_{1w}q_{1w} = 1 - {}_{1w}p_{1w} $$

$$ {}_{1w}p_{2w} = {}_{3w}p_0 / {}_{2w}p_0 \qquad {}_{1w}q_{2w} = 1 - {}_{1w}p_{2w} $$

$$ {}_{1w}p_{3w} = {}_{4w}p_0 / {}_{3w}p_0 \qquad {}_{1w}q_{3w} = 1 - {}_{1w}p_{3w} $$

$$ {}_{2m-4w}p_{4w} = {}_{2m}p_0 / {}_{4w}p_0 \qquad {}_{2m-4w}q_{4w} = 1 - {}_{2m-4w}p_{4w} $$

$$ {}_{1m}p_{2m} = {}_{3m}p_0 / {}_{2m}p_0 \qquad {}_{1m}q_{2m} = 1 - {}_{1m}p_{2m} $$

$$ {}_{3m}p_{3m} = {}_{6m}p_0 / {}_{3m}p_0 \qquad {}_{3m}q_{3m} = 1 - {}_{3m}p_{3m} $$

$$ {}_{1y-6m}p_{6m} = p_0 / {}_{6m}p_0 \qquad {}_{1y-6m}q_{6m} = 1 - {}_{1y-6m}p_{6m} $$

$$ q_0 = 1 - p_0 $$

により求めた。

４．１歳以上の粗死亡率の計算

次の図により説明する。

図のように横軸に時間、縦軸に年齢をとる。線分XYを横切る生命線（各個人の出生点と死亡点とを結んだ線）の数を$N(XY)$で表すと、粗死亡率q'_x（$x=1,2,\cdots,$男女とも 108）は、

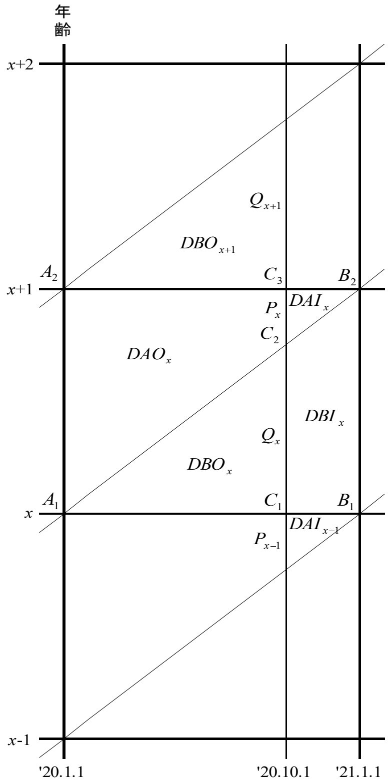
$$q'_x = 1 - \frac{N(B_1B_2)}{N(A_1B_1)} \cdot \frac{N(A_2B_2)}{N(A_1A_2)}$$

により求められる。

$N(C_1C_2)$、$N(C_2C_3)$は、2020 年（令和２年）10 月１日現在の日本人の人口であり、国勢調査の結果から得られたものをそれぞれQ_x、P_xで表し、□$A_2A_1C_2C_3$内の死亡点の数をDAO_x、△$C_3C_2B_2$内の死亡点の数をDAI_x、△$C_2A_1C_1$内の死亡点の数をDBO_x、□$C_2C_1B_1B_2$内の死亡点の数をDBI_xとすると、各線分を通る生命線の数は、

$$N(A_1B_1) = P_{x-1} + Q_x + DBO_x - DAI_{x-1}$$
$$N(B_1B_2) = P_{x-1} + Q_x - DAI_{x-1} - DBI_x$$
$$N(A_1A_2) = P_x + Q_{x+1} + DAO_x + DBO_{x+1}$$
$$N(A_2B_2) = P_x + Q_{x+1} - DAI_x + DBO_{x+1}$$

となる。



５．死亡率の補整、延長

前項の方法により求めた粗死亡率について、１歳以上は Greville(1979)の３次９項の式による補整を行い、死亡率 q_x を求めた。すなわち、

$$q_x = -0.040724q'_{x-4} - 0.009873q'_{x-3} + 0.118470q'_{x-2} + 0.266557q'_{x-1} + 0.331140q'_x$$
$$+0.266557q'_{x+1} + 0.118470q'_{x+2} - 0.009873q'_{x+3} - 0.040724q'_{x+4}$$

$\left(x = 1,2,\cdots,\text{男女とも } 104\right)$

ここで$q'_x(x = 0,-1,-2,-3)$は、形式的に次式により外挿される。

$$q'_x = 1.352613q'_{x+1} + 0.114696q'_{x+2} - 0.287231q'_{x+3} - 0.180078q'_{x+4}$$

$(x = 0,-1,-2,-3)$

ただし、高齢部分については、死力を Gompertz-Makeham 関数にあてはめることにより、男女とも 95 歳から、さらに死亡率の補整及び延長を行った。

死力 μ_x を Gompertz-Makeham 関数にあてはめると、

$$\mu_x = \alpha + \beta e^{\gamma x}$$

と表され、このとき死亡率 q_x は

$$\begin{aligned} q_x &= 1 - \exp\left[-\int_x^{x+1} \mu_t dt\right] \\ &= 1 - \exp\left[-\int_x^{x+1} (\alpha + \beta e^{\gamma t}) dt\right] \\ &= 1 - \exp\left[-\left\{\alpha + \frac{\beta}{\gamma}(e^{\gamma} - 1) e^{\gamma x}\right\}\right] \end{aligned}$$

により算出されることとなる。

そこで、粗死亡率について Greville の３次９項の式による補整を行った後の死亡率を用いて、６と同様の方法により粗生存数 l'_x 及び粗死力 μ'_x を求め（(２）のただし書きを除く)、この μ'_x に対して

$$\sum_{x=x_0}^{x_1} \left(A + Be^{C(x-x_0)} - \mu'_x\right)^2 \quad \left(x_0：男\ 85, 女\ 90、x_1：男女とも\ 103\right)$$

を最小にするような係数A、B、Cを求めた。この係数A、B、Cを用いて、男女とも 95 歳以上の死亡率 q_x を

$$q_x = 1 - \exp\left[-\left\{A + \frac{B}{C}(e^{C} - 1) e^{C(x-x_0)}\right\}\right]$$

により求めた。係数の値は以下の通りである。

	男	女
A	-0.2837006933	-0.1969280694
B	0.3497915594	0.2773975470
C	0.0437327292	0.0617857348

６．生命表諸関数値の計算

（１）生存数 l_x、死亡数 ${}_nd_x$

$$l_0 = 100{,}000$$

とし、１歳未満では、

$$\begin{aligned} l_{1w} &= l_0 \times {}_{1w}p_0 & {}_{1w}d_0 &= l_0 - l_{1w} \\ l_{2w} &= l_{1w} \times {}_{1w}p_{1w} & {}_{1w}d_{1w} &= l_{1w} - l_{2w} \\ l_{3w} &= l_{2w} \times {}_{1w}p_{2w} & {}_{1w}d_{2w} &= l_{2w} - l_{3w} \\ l_{4w} &= l_{3w} \times {}_{1w}p_{3w} & {}_{1w}d_{3w} &= l_{3w} - l_{4w} \\ l_{2m} &= l_{4w} \times {}_{2m-4w}p_{4w} & {}_{2m-4w}d_{4w} &= l_{4w} - l_{2m} \\ l_{3m} &= l_{2m} \times {}_{1m}p_{2m} & {}_{1m}d_{2m} &= l_{2m} - l_{3m} \\ l_{6m} &= l_{3m} \times {}_{3m}p_{3m} & {}_{3m}d_{3m} &= l_{3m} - l_{6m} \\ l_1 &= l_{6m} \times {}_{1y-6m}p_{6m} & {}_{1y-6m}d_{6m} &= l_{6m} - l_1 \\ & & d_0 &= l_0 - l_1 \end{aligned}$$

により求め、１歳以上については、

$$p_x = 1 - q_x$$

とし、

$$l_{x+1} = l_x \times p_x \qquad d_x = l_x - l_{x+1}$$

により、逐次 l_x 及び d_x を求めた。すなわち、

$$\begin{array}{ll} l_2 = l_1 \times p_1 & d_1 = l_1 - l_2 \\ l_3 = l_2 \times p_2 & d_2 = l_2 - l_3 \\ \cdots & \cdots \\ l_{131} = l_{130} \times p_{130} & d_{130} = l_{130} - l_{131} \\ & d_{131} = l_{131} \end{array}$$

（２）死力 μ_x

死力は

$$\mu_x = -\frac{1}{l_x} \cdot \left.\frac{dl_t}{dt}\right|_{t=x}$$

により定義される。

生存数曲線 l_t の $t = x$ における微分係数は、l_t に４次式をあてはめて求めた。４次式は、その点及び前後２点ずつの５点を通るものとした。日齢０日、７日については、日齢 14 日と同じ式を用いた。

３歳以上の死力 μ_x は、５点

$(x-2, l_{x-2})$、$(x-1, l_{x-1})$、(x, l_x)、$(x+1, l_{x+1})$、$(x+2, l_{x+2})$

を通る４次式

$$g_x(t) = \sum_{i=-2}^{2} l_{x+i} \left(\prod_{\substack{-2 \leqq j \leqq 2 \\ j \neq i}} \frac{t-(x+j)}{i-j} \right) \qquad \text{（Lagrange の補間公式）}$$

の $t = x$ における微分係数を代入した関係式

$$\mu_x = \frac{8(l_{x-1} - l_{x+1}) - (l_{x-2} - l_{x+2})}{12 l_x}$$

$$\left(= \frac{1}{l_x} \left\{ \frac{d_{x-1} + d_x}{2} + \frac{1}{6} \left(\frac{d_{x-1} + d_x}{2} - \frac{d_{x-2} + d_{x+1}}{2} \right) \right\} \right)$$

により求めた。３歳未満についても同様に求められる。

ただし、Gompertz-Makeham 関数をあてはめて補整及び延長した部分（男女とも 95 歳以上）については、

$$\mu_x = A + Be^{C(x-x_0)}$$

により求めた。

（３）定常人口 ${}_nL_x$、T_x 及び平均余命 $\mathring{e}_x$

定常人口 ${}_nL_x$ は、

$$ {}_nL_x = \int_x^{x+n} l_t dt $$

により定義される。

生存数曲線 l_t の区間$[x、x+n]$上の積分値は、前記の４次式を用いて求めた。３歳以上の L_x は、関係式

$$ L_x = \frac{11}{720} l_{x-2} - \frac{37}{360} l_{x-1} + \frac{19}{30} l_x + \frac{173}{360} l_{x+1} - \frac{19}{720} l_{x+2} $$

$$ \left(= \frac{l_x + l_{x+1}}{2} - \frac{1}{12}\left(\frac{l_{x+2} - l_x}{2} - \frac{l_{x+1} - l_{x-1}}{2}\right) + \frac{11}{360}\left(3l_x - 4 \cdot \frac{l_{x-1} + l_{x+1}}{2} + \frac{l_{x-2} + l_{x+2}}{2}\right)\right) $$

により求めた。３歳未満についても同様に求められる。

また、

$$ T_x = \sum_{t=x}^{129} {}_{n(t)}L_t $$

により求めた。ただし、

$n(0) = n(1w) = n(2w) = n(3w) = 1w,\ n(4w) = 2m - 4w,$

$n(2m) = 1m,\quad n(3m) = 3m,\ ,n(6m) = 1y - 6m,$

$n(t) = 1$（$t = 1, 2, \cdots, 129$）

である。

また、平均余命 $\mathring{e}_x$ は

$$ \mathring{e}_x = \frac{T_x}{l_x} $$

により求めた。

７．計算桁数について

（１）今回の生命表の計算は 16 桁の浮動小数点演算を行った。

（２）L_xの計算は 129 歳まで行ったが、発表する生命表の上限年齢は、生存数l_xが 0.5 以上となる年齢にとどめた。

（３）発表した数値は四捨五入した数値である。