Ⅰ　令和２年都道府県別生命表の作成方法

生命関数の定義

１　生存率 ${}_{n}p_{x}$ 、死亡率 ${}_{n}q_{x}$

ちょうど x 歳に達した者が $x+n$ 歳に達するまで生存する確率を x 歳以上 $x+n$ 歳未満における生存率といい、これを ${}_{n}p_{x}$ で表し、$x+n$ 歳に達しないで死亡する確率を x 歳以上 $x+n$ 歳未満における死亡率といい、これを ${}_{n}q_{x}$ で表す。特に ${}_{1}p_{x}$ 、${}_{1}q_{x}$ をx 歳における生存率、死亡率といい、これらを p_{x}、q_{x} で表す。

２　生存数 l_{x}

生命表上で一定の出生者 l_{0} 人（100,000 人とする。）が、上記の死亡率に従って死亡減少していくと考えた場合、x 歳に達するまで生きると期待される者の数を x 歳における生存数といい、これを l_{x} で表す。

３　死亡数 ${}_{n}d_{x}$

x 歳における生存数 l_{x} のうち $x+n$ 歳に達しないで死亡すると期待される者の数を x 歳以上 $x+n$ 歳未満における死亡数といい、これを ${}_{n}d_{x}$ で表す。特に ${}_{1}d_{x}$ を x 歳における死亡数といい、これを d_{x} で表す。

４　定常人口 ${}_{n}L_{x}$ 、T_{x}

x 歳における生存数 l_{x} について、これらの者が x 歳から $x+n$ 歳に達するまでの間に生存すると期待される年数の和を x 歳以上 $x+n$ 歳未満における定常人口といい、これを ${}_{n}L_{x}$ で表す。すなわち、常に一定の出生があって、これらの者が上記の死亡率に従って死亡すると仮定すると、一定期間経過後に一定の年齢構造を持つ人口集団が得られ、その集団の x 歳以上 $x+n$ 歳未満の人口に相当する。特に ${}_{1}L_{x}$ を x 歳における定常人口といい、これを L_{x} で表す。

さらに x 歳における生存数 l_{x} について、これらの者が x 歳以降死亡に至るまでの間に生存すると期待される年数の和を x 歳以上の定常人口といい、これを T_{x} で表す。すなわち、上記の人口集団の x 歳以上人口に相当する。${}_{n}L_{x}$ 、T_{x} は、

$${}_{n}L_{x}=\int_{x}^{x+n} l_{t}\,dt \text{、} T_{x}=\int_{x}^{\infty} l_{t}\,dt$$

により与えられる。

５　平均余命 $\mathring{e}_{x}$

x 歳における生存数 l_{x} について、これらの者が x 歳以降に生存すると期待される年数の平均を x 歳における平均余命といい、これを $\mathring{e}_{x}$ で表す。$\mathring{e}_{x}$ は

$$\mathring{e}_{x}=\frac{T_{x}}{l_{x}}$$

により与えられ、特に 0 歳における平均余命 $\mathring{e}_{0}$ を 平均寿命という。

作 成 方 法

1　作成に当たっての考え方

全国単位の生命表とは異なり、都道府県別生命表では，小地域における死亡数の偶然変動の影響を少なくするために、国勢調査年である令和２年を中心とする３年間（平成31年（令和元年）～３年）の死亡状況を基礎として死亡率を算定し、これらのデータをもとに作成している（計算の詳しい方法は４で述べる。）。

2　作成基礎期間

作成基礎期間は、平成31年１月１日から令和３年12月31日に至る３年間とした。

3　基礎資料

都道府県－東京都区部－指定都市別に、次の資料を用いた。

(1)　平成30年～令和３年　性・月別出生数

(2)　令和２年７月～9月　性・年齢別死亡数

(3)　令和元年～３年　性・年齢・死因別死亡数

－人口動態統計（厚生労働省政策統括官（統計・情報政策、労使関係担当））－

(4)　令和２年10月１日現在　性・年齢別不詳補完日本人人口

－令和２年国勢調査（総務省統計局）－

次に実際の計算に当たって、上記資料の利用区分及び後述の計算法に用いた記号を以下に示す。

乳児死亡数

死亡時の日・月齢	乳児死亡数	第 i 死因 乳児死亡数
4　週　未　満	$D\binom{0}{4w}$	$D^i\binom{0}{4w}$
4 週以上 2 か月未満	$D\binom{4w}{2m}$	$D^i\binom{4w}{2m}$
2 か月以上 3 か月未満	$D\binom{2m}{3m}$	$D^i\binom{2m}{3m}$
3 か月以上 6 か月未満	$D\binom{3m}{6m}$	$D^i\binom{3m}{6m}$
6 か月以上 1 年未満	$D\binom{6m}{1y}$	$D^i\binom{6m}{1y}$

乳児死亡数は平成31年（令和元年）から令和３年の３か年の合計

出生数

出生期間	出生数
平成 31(2019)年 1 月～令和３(2021)年 12 月	$B\binom{'19.1}{'21.12}$
平成30(2018)年12月4日～令和３(2021)年12月3日	$B\binom{'18.12.4}{'21.12.3}$
平成 30(2018)年 11 月～令和３(2021)年 10 月	$B\binom{'18.11}{'21.10}$
平成 30(2018)年 10 月～令和３(2021)年 9 月	$B\binom{'18.10}{'21.9}$
平成 30(2018)年 7 月～令和３(2021)年 6 月	$B\binom{'18.7}{'21.6}$
平成 30(2018)年 1 月～令和２(2020)年 12 月	$B\binom{'18.1}{'20.12}$
令和 3 (2021) 年 12 月	$B('21.12)$
平成 30 (2018) 年 12 月	$B('18.12)$

人口及び死亡数

<table>
<tr><td rowspan="2">年齢階級</td><td colspan="2">人口（令和２年 10 月１日）</td><td colspan="3">死亡数</td></tr>
<tr><td>年齢階級別人口</td><td>各年齢階級の始年齢人口</td><td>令和２年７月～9月における年齢階級別死亡数</td><td>平成 31 年（令和元年）～令和３年における年齢階級別死亡数</td><td>平成 31 年（令和元年）～令和３年における年齢階別第i死因死亡数</td></tr>
<tr><td>１歳</td><td colspan="2">$\overset{*}{P}_1$</td><td>$\overset{*}{D}_1$</td><td>D_1</td><td>D_1^i</td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="2">$\overset{*}{P}_2$</td><td>$\overset{*}{D}_2$</td><td>D_2</td><td>D_2^i</td></tr>
<tr><td>3</td><td colspan="2">$\overset{*}{P}_3$</td><td>$\overset{*}{D}_3$</td><td>D_3</td><td>D_3^i</td></tr>
<tr><td>4</td><td colspan="2">$\overset{*}{P}_4$</td><td>$\overset{*}{D}_4$</td><td>D_4</td><td>D_4^i</td></tr>
<tr><td>5～9</td><td>${}_5\overset{*}{P}_5$</td><td>$\overset{*}{P}_5$</td><td>${}_5\overset{*}{D}_5$</td><td>${}_5D_5$</td><td>${}_5D_5^i$</td></tr>
<tr><td>10～14</td><td>${}_5\overset{*}{P}_{10}$</td><td>$\overset{*}{P}_{10}$</td><td>${}_5\overset{*}{D}_{10}$</td><td>${}_5D_{10}$</td><td>${}_5D_{10}^i$</td></tr>
<tr><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td></tr>
<tr><td>x ～ $x+4$</td><td>${}_5\overset{*}{P}_x$</td><td>$\overset{*}{P}_x$</td><td>${}_5\overset{*}{D}_x$</td><td>${}_5D_x$</td><td>${}_5D_x^i$</td></tr>
<tr><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td></tr>
<tr><td>95～99</td><td>${}_5\overset{*}{P}_{95}$</td><td>$\overset{*}{P}_{95}$</td><td>${}_5\overset{*}{D}_{95}$</td><td>${}_5D_{95}$</td><td>${}_5D_{95}^i$</td></tr>
<tr><td>100～104</td><td>${}_5\overset{*}{P}_{100}$</td><td>$\overset{*}{P}_{100}$</td><td>${}_5\overset{*}{D}_{100}$</td><td>${}_5D_{100}$</td><td>${}_5D_{100}^i$</td></tr>
<tr><td>105～109</td><td>${}_5\overset{*}{P}_{105}$</td><td>$\overset{*}{P}_{105}$</td><td>${}_5\overset{*}{D}_{105}$</td><td>${}_5D_{105}$</td><td>${}_5D_{105}^i$</td></tr>
<tr><td>110～115</td><td>—</td><td>$\overset{*}{P}_{110}$</td><td>${}_5\overset{*}{D}_{110}$</td><td>—</td><td>—</td></tr>
</table>

死亡数の補正

死亡数には、年齢のみ不詳、住所地のみ不詳並びに年齢及び住所地ともに不詳という３つの不詳パターンが存在するため、これらの不詳死亡数を次の順序で按分し、補正を行った（４以下で述べる生命表の計算には、補正したデータを用いた。）。ただし、以下の按分は死因ごとに行い、その後足し上げることにより、都道府県ごとの全死因計を作成した。

(ⅰ) 年齢のみ不詳

年齢・住所地ともに既知の死亡数をもとに、都道府県－東京都区部－指定都市ごとに年齢別死亡数に比例させて按分して加えた。

(ⅱ) 住所地のみ不詳

(ⅰ)の結果をもとに、年齢ごとに都道府県別死亡数に比例させて按分して加えた。

(ⅲ) 年齢及び住所地ともに不詳

(ⅱ)の結果をもとに、年齢別都道府県別死亡数に比例させて按分して加えた。

４　生命関数の算出方法

３の基礎資料から、種々の近似、補間、補整及び外挿を行って、各歳別死亡率を算定し、これをもとにして生存数、死亡数、定常人口及び平均余命等の生命関数を計算した。ただし、1 歳未満は日齢、月齢による細かな区分を設定し、計算した。

(1)　１歳未満の死亡率 ${}_nq_x$ の計算

1 歳未満の死亡率は、4 週未満、4 週以上 2 か月未満、2 か月以上 3 か月未満、3 か月以上 6 か月未満、6 か月以上 1 年未満の年齢区分に従って算定した。

まず、1 歳未満における生存率 ${}_np_0$ を次の式により求めた。

$$ {}_{4w}p_0 = 1 - \frac{D\binom{0}{4w}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'18.12.4}{'21.12.3} + B\binom{'19.1}{'21.12}\right\}} $$

$$ {}_{2m}p_0 = {}_{4w}p_0 - \frac{D\binom{4w}{2m}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'18.11}{'21.10} + B\binom{'18.12.4}{'21.12.3}\right\}} $$

$$ {}_{3m}p_0 = {}_{2m}p_0 - \frac{D\binom{2m}{3m}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'18.10}{'21.9} + B\binom{'18.11}{'21.10}\right\}} $$

$$ {}_{6m}p_0 = {}_{3m}p_0 - \frac{D\binom{3m}{6m}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'18.7}{'21.6} + B\binom{'18.10}{'21.9}\right\}} $$

$$ p_0 = {}_{6m}p_0 - \frac{D\binom{6m}{1y}}{\frac{1}{2}\left\{B\binom{'18.1}{'20.12} + B\binom{'18.7}{'21.6}\right\}} $$

ただし、$B\binom{'18.12.4}{'21.12.3}$ は月別の出生数から、

$$ B\binom{'18.12.4}{'21.12.3} = B\binom{'19.1}{'21.12} + \frac{28}{31}\left(B('18.12) - B('21.12)\right) $$

と推計した。

これより死亡率 ${}_nq_x$ を、

$$ {}_{4w}q_0 = 1 - {}_{4w}p_0 $$

$$ {}_{2m-4w}q_{4w} = 1 - \frac{{}_{2m}p_0}{{}_{4w}p_0} $$

$$ {}_{1m}q_{2m} = 1 - \frac{{}_{3m}p_0}{{}_{2m}p_0} $$

$$ {}_{3m}q_{3m} = 1 - \frac{{}_{6m}p_0}{{}_{3m}p_0} $$

$$ {}_{1y-6m}q_{6m} = 1 - \frac{p_0}{{}_{6m}p_0} $$

$$ q_0 = 1 - p_0 $$

により求めた。

(2) 中央人口の推計

作成基礎期間の中央に当たる令和２年７月１日現在の人口を中央人口という。年齢階級別の人口及び死亡数から、x 歳の中央人口 P_x 及び x 歳以上 $x+5$ 歳未満の中央人口 ${}_5P_x$ を、

$$ P_x = \frac{3}{4}\overset{*}{P}_x + \frac{1}{4}\overset{*}{P}_{x+1} + \frac{7}{8}\overset{*}{D}_x + \frac{1}{8}\overset{*}{D}_{x+1} \quad (x = 1,2,3) $$

$$ P_4 = \frac{3}{4}\overset{*}{P}_4 + \frac{1}{4}\overset{*}{P}_5 + \frac{7}{8}\overset{*}{D}_4 + \frac{1}{40}\,{}_5\overset{*}{D}_5 $$

$$ {}_5P_x \;=\; {}_5\overset{*}{P}_x \;+\frac{1}{4}\left(\overset{*}{P}_{x+5}-\overset{*}{P}_x\right)+\frac{39}{40}\;{}_5\overset{*}{D}_x \;+\frac{1}{40}\;{}_5\overset{*}{D}_{x+5} \quad \left(x=5,10,\cdots,\text{男}\,100,\text{女}\,105\right) $$

により求めた。

⑶　１歳以上の死亡率 ${}_n\tilde{q}_x$ の算定

まず、1 歳以上の中央死亡率 ${}_n m_x$ を次式により求めた。

$$ m_1=\frac{D_1}{3P_1} $$

$$ {}_3m_2 \;=\frac{{}_3D_2}{3\;{}_3P_2} \qquad \left({}_3P_2 \;=P_2+P_3+P_4\ ,\ {}_3D_2 \;=D_2+D_3+D_4\right) $$

$$ {}_5m_x \;=\frac{{}_5D_x}{3\;{}_5P_x} \quad \left(x=5,10,\cdots,\text{男}\,100,\text{女}\,105\right) $$

これから、死亡率 ${}_n\tilde{q}_x$ を

$$ \tilde{q}_1=\frac{m_1}{1+\frac{1}{2}m_1} $$

$$ {}_3\tilde{q}_2 \;=\frac{{}_3m_2}{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\;{}_3m_2} $$

$$ {}_5\tilde{q}_x \;=\frac{{}_5m_x}{\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\;{}_5m_x} \quad (x=5,10,\cdots,35) $$

$$ {}_5\tilde{q}_x \;=\frac{{}_5m_x}{\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\;{}_5m_x \;+\frac{5}{12}\left\{{}_5m_x^2-\frac{1}{10}\left({}_5m_{x+5}-\;{}_5m_{x-5}\right)\right\}} $$

$$ \left(x=40,45,\cdots,\text{男}\,95,\text{女}\,100\right) $$

により求めた。

⑷　１歳以上の死亡率の補間

⑶で得られた死亡率 ${}_n\tilde{q}_x$ をもとに、1～4 歳、5～14 歳、「男 15～89 歳、女 15～94 歳」、「男 90 歳以上、女 95 歳以上」の４つの年齢区間に分けて、それぞれ次のような方法で各歳別の死亡率 $\tilde{q}_x$ へと補間または外挿した。なお、計算の途中で死亡率が 0 を下回るまたは 1 を上回ることになった場合は、その都度値を 0 または 1 に修正した。

（ⅰ）1～4 歳の場合

1～4 歳の各歳別死亡率 $\tilde{q}_x$ は、「0 歳から x 歳まで生存する割合 ${}_x\tilde{p}_0$ は、$x \leqq 10$ において Weibull 分布の分布関数で近似される」と仮定して補間した。すなわち、パラメータ θ、c を用いて、

$$ {}_x\tilde{p}_0 \;=\exp\left\{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^c\right\} \quad \left(x \leqq 10 \text{ かつ } \theta,c>0\right) $$

で表されるものとして、パラメータ値を決定することとした。

このとき、

$$ \begin{aligned} \log\left(-\log\;{}_x\tilde{p}_0\;\right) &= \log\left(\frac{x}{\theta}\right)^c \\ &= c\log x - c\log\theta \end{aligned} $$

であるから、点 $\left(\log x,\log\left(-\log\;{}_x\tilde{p}_0\;\right)\right)$ のプロットは直線で近似されることとなる。そこで、$x=1,10$ に対する２点

$\left(0, \log\left(-\log {}_1\tilde{p}_0\right)\right)$、$\left(\log 10, \log\left(-\log {}_{10}\tilde{p}_0\right)\right)$

を通る直線を求めることで、パラメータ値を決定した。

容易に

$$c = \frac{\log\left(-\log {}_{10}\tilde{p}_0\right) - \log\left(-\log {}_1\tilde{p}_0\right)}{\log 10}、c \log\theta = -\log\left(-\log {}_1\tilde{p}_0\right)$$

であることが分かるので、これに

$$\begin{aligned} {}_1\tilde{p}_0 &= \tilde{p}_0 \\ {}_{10}\tilde{p}_0 &= \tilde{p}_0(1-\tilde{q}_1)(1-{}_3\tilde{q}_2)(1-{}_5\tilde{q}_5) \end{aligned}$$

を代入することで、c、$c\log\theta$の値を決定した。

これからあらためて死亡率を、

$$ {}_n\tilde{q}_x = 1 - \frac{{}_{x+n}\tilde{p}_0}{{}_x\tilde{p}_0} = 1 - \exp\left\{\frac{x^c - (x+n)^c}{e^{c\log\theta}}\right\} \quad (x = 1,2,3,4,5)$$

により算出した。

（ⅱ） 5～14 歳の場合

死力の定義

$$\mu_x = -\frac{1}{l_x}\cdot\frac{dl_t}{dt}\bigg|_{t=x} = -\frac{d(\log l_t)}{dt}\bigg|_{t=x}$$

から、一般に死力と死亡率の間には

$$\int_x^{x+n} \mu_t\, dt = -\log\left(1-{}_nq_x\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots （*）$$

なる関係式が成り立つ。

ここで、右辺の式にこれまで算出した死亡率 ${}_n\tilde{q}_x$ を代入したものを ${}_n\Psi_x$ とおく。すなわち、

$${}_n\Psi_x = -\log\left(1-{}_n\tilde{q}_x\right)$$

であって、${}_4\Psi_1$ 、${}_5\Psi_5$ 、${}_5\Psi_{10}$、…、${}_5\Psi_{20}$ については具体的な値が求められる。

5～14 歳の各歳別死亡率 $\tilde{q}_x$ は、$5 \leqq x < 15$ における死力 μ_x が、x の 4 次多項式

$$f_5(x) = a_5(x-5)^4 + b_5(x-5)^3 + c_5(x-5)^2 + d_5(x-5) + e_5$$

で表されるものとして、補間法で計算した。

具体的には、関係式（＊）に従って、連続する 5 個の ${}_n\Psi_x$ に関する条件

$$\int_1^5 f_5(t)\,dt = {}_4\Psi_1 、\int_5^{10} f_5(t)\,dt = {}_5\Psi_5 、\int_{10}^{15} f_5(t)\,dt = {}_5\Psi_{10}、$$
$$\int_{15}^{20} f_5(t)\,dt = {}_5\Psi_{15}、\int_{20}^{25} f_5(t)\,dt = {}_5\Psi_{20}$$

を、a_5、b_5、c_5、d_5、e_5 に関する連立一次方程式として解くと、

$$a_5 = \frac{5}{229824}\,{}_4\Psi_1 - \frac{1769}{28728000}\,{}_5\Psi_5 + \frac{829}{9576000}\,{}_5\Psi_{10} - \frac{77}{1368000}\,{}_5\Psi_{15} + \frac{1}{72000}\,{}_5\Psi_{20}$$

$$b_5 = -\frac{25}{28728}\,{}_4\Psi_1 + \frac{39437}{17955000}\,{}_5\Psi_5 - \frac{15937}{5985000}\,{}_5\Psi_{10} + \frac{1241}{855000}\,{}_5\Psi_{15} - \frac{13}{45000}\,{}_5\Psi_{20}$$

$$c_5 = \frac{125}{10944}\ {}_4\Psi_1 - \frac{6109}{273600}\ {}_5\Psi_5 + \frac{8869}{456000}\ {}_5\Psi_{10} - \frac{3443}{456000}\ {}_5\Psi_{15} + \frac{31}{24000}\ {}_5\Psi_{20}$$

$$d_5 = -\frac{3125}{57456}\ {}_4\Psi_1 + \frac{10709}{287280}\ {}_5\Psi_5 + \frac{6499}{478800}\ {}_5\Psi_{10} - \frac{127}{13680}\ {}_5\Psi_{15} + \frac{7}{3600}\ {}_5\Psi_{20}$$

$$e_5 = \frac{625}{9576}\ {}_4\Psi_1 + \frac{2221}{9576}\ {}_5\Psi_5 - \frac{1973}{15960}\ {}_5\Psi_{10} + \frac{109}{2280}\ {}_5\Psi_{15} - \frac{1}{120}\ {}_5\Psi_{20}$$

なる解を得るので、

$$\int_5^6 f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(249375\ {}_4\Psi_1 + 1458345\ {}_5\Psi_5 - 664335\ {}_5\Psi_{10} + 245385\ {}_5\Psi_{15} - 41895\ {}_5\Psi_{20}\right)$$
$$\int_6^7 f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(43125\ {}_4\Psi_1 + 1457979\ {}_5\Psi_5 - 402957\ {}_5\Psi_{10} + 127827\ {}_5\Psi_{15} - 20349\ {}_5\Psi_{20}\right)$$
$$\int_7^8 f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(-69375\ {}_4\Psi_1 + 1297599\ {}_5\Psi_5 - 36657\ {}_5\Psi_{10} - 12033\ {}_5\Psi_{15} + 3591\ {}_5\Psi_{20}\right)$$
$$\int_8^9 f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(-113125\ {}_4\Psi_1 + 1038389\ {}_5\Psi_5 + 363813\ {}_5\Psi_{10} - 138243\ {}_5\Psi_{15} + 23541\ {}_5\Psi_{20}\right)$$
$$\int_9^{10} f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(-110000\ {}_4\Psi_1 + 732688\ {}_5\Psi_5 + 740136\ {}_5\Psi_{10} - 222936\ {}_5\Psi_{15} + 35112\ {}_5\Psi_{20}\right)$$
$$\int_{10}^{11} f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(-78750\ {}_4\Psi_1 + 423990\ {}_5\Psi_5 + 1046430\ {}_5\Psi_{10} - 246330\ {}_5\Psi_{15} + 35910\ {}_5\Psi_{20}\right)$$
$$\int_{11}^{12} f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(-35000\ {}_4\Psi_1 + 146944\ {}_5\Psi_5 + 1249248\ {}_5\Psi_{10} - 196728\ {}_5\Psi_{15} + 25536\ {}_5\Psi_{20}\right)$$
$$\int_{12}^{13} f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(8750\ {}_4\Psi_1 - 72646\ {}_5\Psi_5 + 1327578\ {}_5\Psi_{10} - 70518\ {}_5\Psi_{15} + 5586\ {}_5\Psi_{20}\right)$$
$$\int_{13}^{14} f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(43125\ {}_4\Psi_1 - 217821\ {}_5\Psi_5 + 1272843\ {}_5\Psi_{10} + 127827\ {}_5\Psi_{15} - 20349\ {}_5\Psi_{20}\right)$$
$$\int_{14}^{15} f_5(t)\,dt = \frac{1}{5985000}\left(61875\ {}_4\Psi_1 - 280467\ {}_5\Psi_5 + 1088901\ {}_5\Psi_{10} + 385749\ {}_5\Psi_{15} - 46683\ {}_5\Psi_{20}\right)$$

となる。

こうして得られた積分値をもとに、あらためて死亡率 $\tilde{q}_x$ を、関係式（＊）から、

$$\tilde{q}_x = 1 - \exp\left(-\int_x^{x+1} \tilde{\mu}_t\,dt\right) = 1 - \exp\left(-\int_x^{x+1} f_5(t)\,dt\right) \quad (x = 5,6,\cdots,14)$$

により算出した。

（ⅲ） 男 15～89 歳、女 15～94 歳の場合

男 15～89 歳、女 15～94 歳の各歳別死亡率 $\tilde{q}_x$ は、5 の倍数 s $\left(s = 15,20,\cdots,\text{男}\ 85,\ \text{女}\ 90\right)$ を取り、$s \leqq x < s+5$ における死力 $\tilde{\mu}_x$ が、x の 4 次多項式

$$f_s(x) = a_s(x-s)^4 + b_s(x-s)^3 + c_s(x-s)^2 + d_s(x-s) + e_s$$

で表されるものとして、補間法で計算した。

具体的には(ⅱ)と同様に、これまで算出した死亡率 ${}_n\tilde{q}_x$ を代入した ${}_n\Psi_x$ を定義し、関係式（＊）に従って、連続する 5 個の ${}_n\Psi_x$ に関する条件

$$\int_{s-10}^{s-5} f_s(t)\,dt = {}_5\Psi_{s-10}、\int_{s-5}^{s} f_s(t)\,dt = {}_5\Psi_{s-5}、\int_{s}^{s+5} f_s(t)\,dt = {}_5\Psi_s、$$
$$\int_{s+5}^{s+10} f_s(t)\,dt = {}_5\Psi_{s+5}、\int_{s+10}^{s+15} f_s(t)\,dt = {}_5\Psi_{s+10}$$

を、a_s、b_s、c_s、d_s、e_s に関する連立一次方程式として解くと、

$$a_s = \frac{1}{75000}\ {}_5\Psi_{s-10} - \frac{1}{18750}\ {}_5\Psi_{s-5} + \frac{1}{12500}\ {}_5\Psi_s - \frac{1}{18750}\ {}_5\Psi_{s+5} + \frac{1}{75000}\ {}_5\Psi_{s+10}$$

$$b_s = -\frac{1}{3750}\ {}_5\Psi_{s-10} + \frac{1}{1250}\ {}_5\Psi_{s-5} - \frac{1}{1250}\ {}_5\Psi_s + \frac{1}{3750}\ {}_5\Psi_{s+5}$$

$$c_s = \frac{1}{1000}\ {}_5\Psi_{s-10} + \frac{1}{500}\ {}_5\Psi_{s-5} - \frac{1}{125}\ {}_5\Psi_s + \frac{3}{500}\ {}_5\Psi_{s+5} - \frac{1}{1000}\ {}_5\Psi_{s+10}$$

$$d_s = \frac{1}{300}\ {}_5\Psi_{s-10} - \frac{1}{20}\ {}_5\Psi_{s-5} + \frac{1}{20}\ {}_5\Psi_s - \frac{1}{300}\ {}_5\Psi_{s+5}$$

$$e_s = -\frac{1}{100}\ {}_5\Psi_{s-10} + \frac{9}{100}\ {}_5\Psi_{s-5} + \frac{47}{300}\ {}_5\Psi_s - \frac{13}{300}\ {}_5\Psi_{s+5} + \frac{1}{150}\ {}_5\Psi_{s+10}$$

なる解を得るので、

$$\int_s^{s+1} f_s(t)\,dt = \frac{1}{15625}\left(-126\ {}_5\Psi_{s-10} + 1029\ {}_5\Psi_{s-5} + 2794\ {}_5\Psi_s - 671\ {}_5\Psi_{s+5} + 99\ {}_5\Psi_{s+10}\right)$$
$$\int_{s+1}^{s+2} f_s(t)\,dt = \frac{1}{15625}\left(-56\ {}_5\Psi_{s-10} + 349\ {}_5\Psi_{s-5} + 3289\ {}_5\Psi_s - 526\ {}_5\Psi_{s+5} + 69\ {}_5\Psi_{s+10}\right)$$
$$\int_{s+2}^{s+3} f_s(t)\,dt = \frac{1}{15625}\left(14\ {}_5\Psi_{s-10} - 181\ {}_5\Psi_{s-5} + 3459\ {}_5\Psi_s - 181\ {}_5\Psi_{s+5} + 14\ {}_5\Psi_{s+10}\right)$$
$$\int_{s+3}^{s+4} f_s(t)\,dt = \frac{1}{15625}\left(69\ {}_5\Psi_{s-10} - 526\ {}_5\Psi_{s-5} + 3289\ {}_5\Psi_s + 349\ {}_5\Psi_{s+5} - 56\ {}_5\Psi_{s+10}\right)$$
$$\int_{s+4}^{s+5} f_s(t)\,dt = \frac{1}{15625}\left(99\ {}_5\Psi_{s-10} - 671\ {}_5\Psi_{s-5} + 2794\ {}_5\Psi_s + 1029\ {}_5\Psi_{s+5} - 126\ {}_5\Psi_{s+10}\right)$$

となる。

こうして得られた積分値をもとに、あらためて死亡率 $\tilde{q}_x$ を、関係式（＊）から、

$$\tilde{q}_x = 1 - \exp\left(-\int_x^{x+1} \tilde{\mu}_t\,dt\right) = 1 - \exp\left(-\int_x^{x+1} f_s(t)\,dt\right)$$
$$(x = s, s+1, s+2, s+3, s+4)$$

により算出した。

（ⅳ） 男 90 歳以上、女 95 歳以上の場合

男 90 歳以上、女 95 歳以上の各歳別死亡率 $\tilde{q}_x$ は、男 85 歳以上、女 90 歳以上の死力 $\tilde{\mu}_x$ が Gompertz-Makeham 関数

$$\tilde{\mu}_x = A + BC^x$$

で表されるものとして、補間、外挿した。

具体的には、(3) で算出した死亡率 ${}_n\tilde{q}_x$ を代入した ${}_n\Psi_x$ を定義し、関係式（＊）に従って、連続する 3 個の ${}_n\Psi_x$ に関する条件

男 $\int_{85}^{90}(A+BC^t)\,dt = {}_5\Psi_{85}$、$\int_{90}^{95}(A+BC^t)\,dt = {}_5\Psi_{90}$、$\int_{95}^{100}(A+BC^t)\,dt = {}_5\Psi_{95}$

女 $\int_{90}^{95}(A+BC^t)\,dt = {}_5\Psi_{90}$、$\int_{95}^{100}(A+BC^t)\,dt = {}_5\Psi_{95}$、$\int_{100}^{105}(A+BC^t)\,dt = {}_5\Psi_{100}$

を、A、B、C について解くと、まず、

男　$C^5 = \dfrac{{}_5\Psi_{95} - {}_5\Psi_{90}}{{}_5\Psi_{90} - {}_5\Psi_{85}}$　　$\therefore C = \sqrt[5]{\dfrac{{}_5\Psi_{95} - {}_5\Psi_{90}}{{}_5\Psi_{90} - {}_5\Psi_{85}}}$

女　$C^5 = \dfrac{{}_5\Psi_{100} - {}_5\Psi_{95}}{{}_5\Psi_{95} - {}_5\Psi_{90}}$　　$\therefore C = \sqrt[5]{\dfrac{{}_5\Psi_{100} - {}_5\Psi_{95}}{{}_5\Psi_{95} - {}_5\Psi_{90}}}$

が分かり、これから、

男　$A = \dfrac{1}{5}\left\{ {}_5\Psi_{90} - \dfrac{1}{C^5 - 1}\left({}_5\Psi_{95} - {}_5\Psi_{90} \right) \right\}$、$B = \dfrac{\log C}{C^{90}(C^5-1)^2}\left({}_5\Psi_{95} - {}_5\Psi_{90} \right)$

女　$A = \dfrac{1}{5}\left\{ {}_5\Psi_{95} - \dfrac{1}{C^5 - 1}\left({}_5\Psi_{100} - {}_5\Psi_{95} \right) \right\}$、$B = \dfrac{\log C}{C^{95}(C^5-1)^2}\left({}_5\Psi_{100} - {}_5\Psi_{95} \right)$

なる解を得るので、

$$男 \int_x^{x+1} (A + BC^t)\,dt = \frac{1}{5}\left\{ {}_5\Psi_{90} - \frac{1}{C^5-1}\left({}_5\Psi_{95} - {}_5\Psi_{90} \right) \right\} + \frac{C-1}{(C^5-1)^2} C^{x-90}\left({}_5\Psi_{95} - {}_5\Psi_{90} \right)$$

$$女 \int_x^{x+1} (A + BC^t)\,dt = \frac{1}{5}\left\{ {}_5\Psi_{95} - \frac{1}{C^5-1}\left({}_5\Psi_{100} - {}_5\Psi_{95} \right) \right\} + \frac{C-1}{(C^5-1)^2} C^{x-95}\left({}_5\Psi_{100} - {}_5\Psi_{95} \right)$$

となる。

　こうして得られた積分値をもとに、各歳別死亡率$\tilde{q}_x$を、関係式（＊）から、

$$\tilde{q}_x = 1 - \exp\left(-\int_x^{x+1} \tilde{\mu}_t\,dt \right) = 1 - \exp\left(-\int_x^{x+1} (A + BC^t)\,dt \right)$$

$$\left(男\ \ x = 90, 91, \cdots, 133、女\ \ x = 95, 96, \cdots, 133\right)$$

により算出した。

(5)　死亡率の補整

　(4)で得られた各歳別死亡率 $\tilde{q}_x$ について、Greville の 3 次 9 項の式による補整を行い、補整後の各歳別死亡率 q_x を求めた。すなわち、

$$\begin{aligned} q_x = & -0.040724\tilde{q}_{x-4} - 0.009873\tilde{q}_{x-3} + 0.118470\tilde{q}_{x-2} + 0.266557\tilde{q}_{x-1} + 0.331140\tilde{q}_x \\ & +0.266557\tilde{q}_{x+1} + 0.118470\tilde{q}_{x+2} - 0.009873\tilde{q}_{x+3} - 0.040724\tilde{q}_{x+4} \end{aligned}$$

$$(x = 1, 2, \cdots, 129)$$

ここで $\tilde{q}_x$ $(x = 0, -1, -2, -3)$ は形式的に次式により外挿した。

$$\tilde{q}_x = 1.352613\tilde{q}_{x+1} + 0.114696\tilde{q}_{x+2} - 0.287231\tilde{q}_{x+3} - 0.180078\tilde{q}_{x+4}$$

$$(x = 0, -1, -2, -3)$$

(6)　生存数 l_x 及び死亡数 ${}_nd_x$ の計算

　$l_0 = 100{,}000$とし、1 歳未満では

$l_{4w} = l_0 \times {}_{4w}p_0$　　　　${}_{4w}d_0 = l_0 - l_{4w}$

$l_{2m} = l_0 \times {}_{2m}p_0$　　　　${}_{2m-4w}d_{4w} = l_{4w} - l_{2m}$

$l_{3m} = l_0 \times {}_{3m}p_0$　　　　${}_{1m}d_{2m} = l_{2m} - l_{3m}$

$l_{6m} = l_0 \times {}_{6m}p_0$　　　　${}_{3m}d_{3m} = l_{3m} - l_{6m}$

$l_1 = l_0 \times p_0$　　　　${}_{1y-6m}d_{6m} = l_{6m} - l_1$

$d_0 = l_0 - l_1$

また、1 歳以上については

$l_{x+1} = l_x \times (1 - q_x)$　　　　$d_x = l_x - l_{x+1}$　$(x = 1, 2, 3, \cdots, 129)$

により求めた。

(7)　定常人口 ${}_nL_x$ 及び T_x の計算

定常人口 ${}_nL_x$ は、台形近似を用いて、

$${}_nL_x = \frac{n}{2}(l_x + l_{x+n}) \quad (x = 0, 4w, 2m, 3m, 6m, 1, 2, \cdots, 129)$$

により求めた。０歳における定常人口L_0は、

$$L_0 = {}_{4w}L_0 + {}_{2m-4w}L_{4w} + {}_{1m}L_{2m} + {}_{3m}L_{3m} + {}_{1y-6m}L_{6m}$$

により求めた。

また定常人口 T_x は、

$$T_x = \sum_{t=x}^{129} {}_{n(t)}L_t \qquad (x = 0, 4w, 2m, 3m, 6m, 1, 2, \cdots, 129)$$

により求めた。ただし、

$$n(0) = 4w,\ n(4w) = 2m - 4w,\ n(2m) = 1m,\ n(3m) = 3m,\ n(6m) = 1y - 6m,$$
$$n(t) = 1\ \ (t = 1, 2, \cdots, 129)$$

である。

(8)　平均余命 $\mathring{e}_x$ の計算

平均余命 $\mathring{e}_x$ は

$$\mathring{e}_x = \frac{T_x}{l_x}$$

により求めた。

５　特定死因を除去した場合の生命表の作成方法

通常の生命表で第 i 死因による死亡数、死力などを ${}_nd_x^i$、μ_x^i などと表し、

$$\frac{{}_nd_x^i}{{}_nd_x} \fallingdotseq \frac{{}_nD_x^i}{{}_nD_x} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

と近似する。一方、第 i 死因を除去した生命表の生命関数には通常の生命関数を表す記号の右肩に $(-i)$ をつけて表すことにすると、死因は互いに独立と仮定すれば、第 i 死因以外の死因による死力は両生命表（通常の生命表と第i死因を除去した生命表）で等しくなるから、

$$\mu_x^{(-i)} = \mu_x - \mu_x^i \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

が成立する。

さて、$\mu_x^i/\mu_x = \gamma_x^i$ とおくと、平均値の定理より次式を満たす s $(x < s < x + n)$ が存在する。

$${}_nd_x^i = \int_x^{x+n} l_t \cdot \mu_t^i \, dt = \gamma_s^i \cdot {}_nd_x \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

次に②式を x から $x + n$ まで積分すると、平均値の定理より次式を満たす

u $(x < u < x+n)$ が存在する。

$$\log\ {}_np_x^{(-i)} = -\int_x^{x+n} \left(1-\gamma_t^i\right)\cdot\mu_t\,dt = \left(1-\gamma_u^i\right)\log\ {}_np_x$$

上式に③と①を代入して $\left(\gamma_u^i \fallingdotseq \gamma_s^i\right.$ とみなす$\left.\right)$、

$$\log\ {}_np_x^{(-i)} \fallingdotseq \left(1-\frac{{}_nD_s^i}{{}_nD_s}\right)\log\ {}_np_x$$

$$\therefore\ \ {}_np_x^{(-i)} \fallingdotseq \exp\left\{\left(1-\frac{{}_nD_s^i}{{}_nD_s}\right)\log\ {}_np_x\right\}$$

この関係式をもとにして、

$${}_nq_x^{(-i)} \fallingdotseq 1-\exp\left\{\left(1-\frac{{}_nD_s^i}{{}_nD_s}\right)\log\left(1-\ {}_nq_x\right)\right\} \qquad (x = 0,4w,2m,3m,6m,1,2,\cdots,129)$$

により、第 i 死因を除去した場合の生命表を作成した。ここで ${}_nD_s^i/\ {}_nD_s$ の値は、sが属
する年齢区分にしたがって、$x = 0,4w,2m,3m,6m$ のときは $D^i\binom{x}{x+n}/D\binom{x}{x+n}$ とし、$x = 1,2,3,4$ のときは ${}_4D_1^i/\ {}_4D_1$ とし、$x = 5,6,\cdots,99$ のときは $s \leqq x < s+5$ なる5の倍数 s を用いて ${}_5D_s^i/\ {}_5D_s$ とし、$x = 100,101,\cdots,129$ のときは ${}_\infty D_{100}^i/{}_\infty D_{100}$ とした。特定死因を除去した場合の平均余命の延びは $\mathring{e}_x^{(-i)} - \mathring{e}_x$ により求めた。

６　死因別死亡確率の算定方法

x 歳における死因別死亡確率 R_x^i は、次式により算定した。

$$R_x^i = \frac{{}_\infty d_x^i}{l_x} = \frac{1}{l_x}\sum_{t=x}^{129} {}_nd_t^i = \frac{1}{l_x}\sum_{t=x}^{129}\frac{{}_nD_s^i}{{}_nD_s}\cdot\ {}_nd_t$$

ここで ${}_nD_s^i/\ {}_nD_s$ の値は５と同様の取り方をしている。

（備考）５及び６は
Mortality Tables Analyzed by Cause of Death, T.N.E.Greville, 1948 によった。